

**DT1 - Tema 2.1: Geometría métrica aplicada:
Proporcionalidad, semejanzas y escalas**



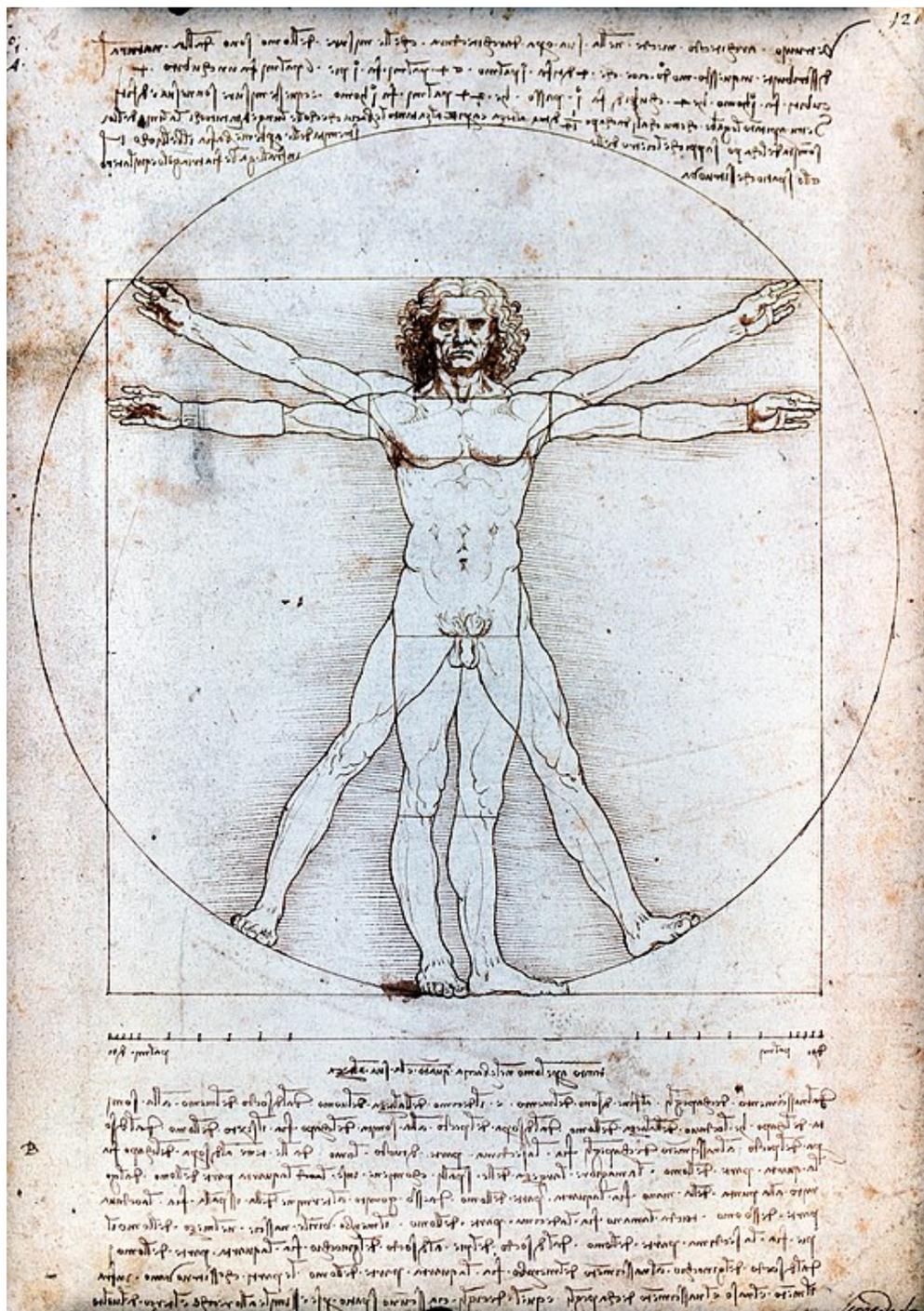
**Geometría métrica aplicada: Proporcionalidad,
semejanzas y escalas**

Dibujo Técnico I

1.º Bachillerato

Contenidos

**Geometría métrica aplicada:
Proporcionalidad, semejanzas y escalas**



Leonardo da Vinci: Hombre de Vitruvio
Imagen de Paris Orlando en [Wikimedia Commons](#). Licencia CC

Introducción



Catedral y torre de Pisa

Imagen de Azafrán Blaze en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

"El hombre como medida de todas las cosas". Cuando el ser humano crea lo hace a su medida o a la de los seres u objetos que usa.

En Dibujo técnico, la proporción y sus aplicaciones (semejanza y escala) permiten realizar con gran exactitud y precisión la representación de las cosas con igual o con diferente tamaño, de manera que cada una de las partes del dibujo mantiene la misma relación de medidas que el original.

En este tema vamos a aplicar los conceptos aprendidos en temas anteriores: división de segmentos y de circunferencias, construcción de ángulos, trazado de triángulos y dibujo de polígonos.

En la fotografía superior: el *duomo* de Pisa y su *campanile*, la famosa torre inclinada, constituyen, junto al resto de los edificios del "campo de los milagros" (baptisterio y campo santo), un claro ejemplo del estudio de las proporciones en la arquitectura del Románico.



Para saber más

Si quieres conocer más de este conjunto monumental visita su [página oficial](#).



Importante

-
- Te recomendamos que los materiales e instrumentos sean de la mejor calidad posible, ya que ésta va unida a la perfección del acabado (precisión y exactitud).
 - Es imprescindible que mantengas los instrumentos de Dibujo Técnico en perfectas condiciones de uso, es decir, limpios y en buen estado.
 - Para visualizar los **vídeos explicativos** de los distintos conceptos que verás en este tema y en los siguientes del temario, te sugerimos que uses el *play* y el *pause* del visualizador de videos así como la velocidad del mismo (podrás ponerlo a una velocidad más lenta para una comprensión más detallada del mismo). También puedes verlo -a través de la página de You Tube- a pantalla completa (pinchando en el enlace que viene debajo, en la descripción de cada uno) por si necesitas fijarte en ciertos detalles o trazados. Mira este vídeo donde se explica cómo acelerar un vídeo o ralentizarlo accediendo a la configuración del mismo:

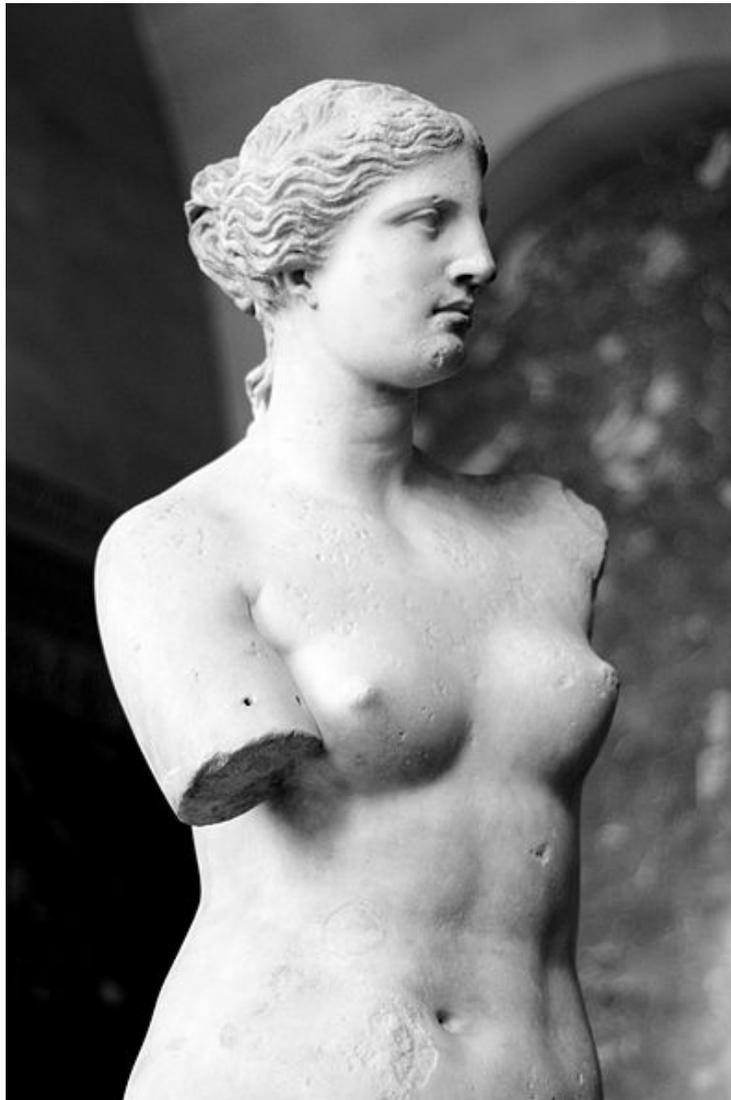
[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/n53asirZwO4](https://www.youtube.com/embed/n53asirZwO4)

Dominar las opciones del visualizador de videos

Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- Al final de muchos apartados también encontrarás cierto **ejercicios resueltos paso a paso** mediante un **PDF por capas** que se muestra en la retroalimentación del ejercicio, por lo que se recomienda usar un visor o **lector PDF** que las lea correctamente, ya que no todos lo hacen. Por ejemplo, con **Adobe Reader**. Desde su [sitio web](#) se puede descargar e instalar.
-

1. Proporcionalidad



Venus de Milo

Imagen de Michal Osmenda en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

Según el Diccionario de la Real Academia Española, proporción es la disposición, conformidad o correspondencia debida de las partes de una cosa con el todo, o entre cosas relacionadas entre sí.

Desde el comienzo del Arte, los artistas han estudiado y analizado la figura humana, midiéndola y estableciendo relaciones entre las distintas partes del organismo y las dimensiones totales del cuerpo. De esta manera, determinaron una unidad de medida, el canon, mediante el cual diseñaron un conjunto armónico.

En su acepción matemática, entendemos por proporción la igualdad de dos razones (proporción aritmética y geométrica), así hablamos de la proporción en una persona, de si un trabajo está proporcionalmente pagado según el esfuerzo realizado, etc.. En estos casos estamos estableciendo comparaciones entre dos magnitudes.

En la imagen superior tienes un buen ejemplo del estudio de la proporción en la figura humana: "la venus de Milo" de autor desconocido.



Importante

El **canon** es regla de las proporciones que se usa en la **figura humana**, conforme al tipo ideal aceptado por los escultores egipcios y griegos. La **unidad de medida** que empleaban era la cabeza humana: entre 7, 8 ó 9 veces.

1.1. Generalidades



Importante

El **Teorema de Thales** es la base de la proporcionalidad entre segmentos.

RAZÓN: Es la relación que se establece entre las magnitudes de dos segmentos, a y b.

- Se expresa a es igual a b, a comparado con b.
- Se representa mediante una fracción: a/b , o como una división $a:b$.

Esta relación se puede establecer de dos maneras, obteniendo dos clases de razones:

- **Razón aritmética:** relacionamos dos magnitudes y se compara cuánto excede una de la otra. Por ejemplo, "una persona es veinte centímetros más altos que otra". Establecemos la diferencia entre ellas.
- **Razón geométrica:** determinamos cuantas veces una magnitud contiene a la otra, se establece el cociente entre ellas. Por ejemplo la razón 6 es a 3, expresada como $6/3$ o como 2, nos indica que 6 contiene a 3 dos veces, en esta relación el número 6 es el **antecedente** y el número 3 es el **consecuente**, su cociente 2 es la **razón geométrica**.

PROPORCIONALIDAD GEOMÉTRICA: es la igualdad entre dos razones geométricas. Se representa por $a/b = c/d$, y se lee: a es a b como c es a d.

Esta proporcionalidad puede ser de dos tipos:

- **PROPORCIONALIDAD DIRECTA:** Al aumentar un factor el otro aumenta en proporción y viceversa. Se establece una serie de razones iguales:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = k$$

- **PROPORCIONALIDAD INVERSA:** Al aumentar un factor el otro disminuye en proporción y viceversa. Se establece una serie de productos iguales:

$$\frac{a_1}{1/b_1} = \frac{a_2}{1/b_2} = \frac{a_3}{1/b_3} = \dots = \frac{a_n}{1/b_n} = \frac{1}{k}$$



Importante

La razón constante de toda proporción geométrica se expresa mediante la letra **k**

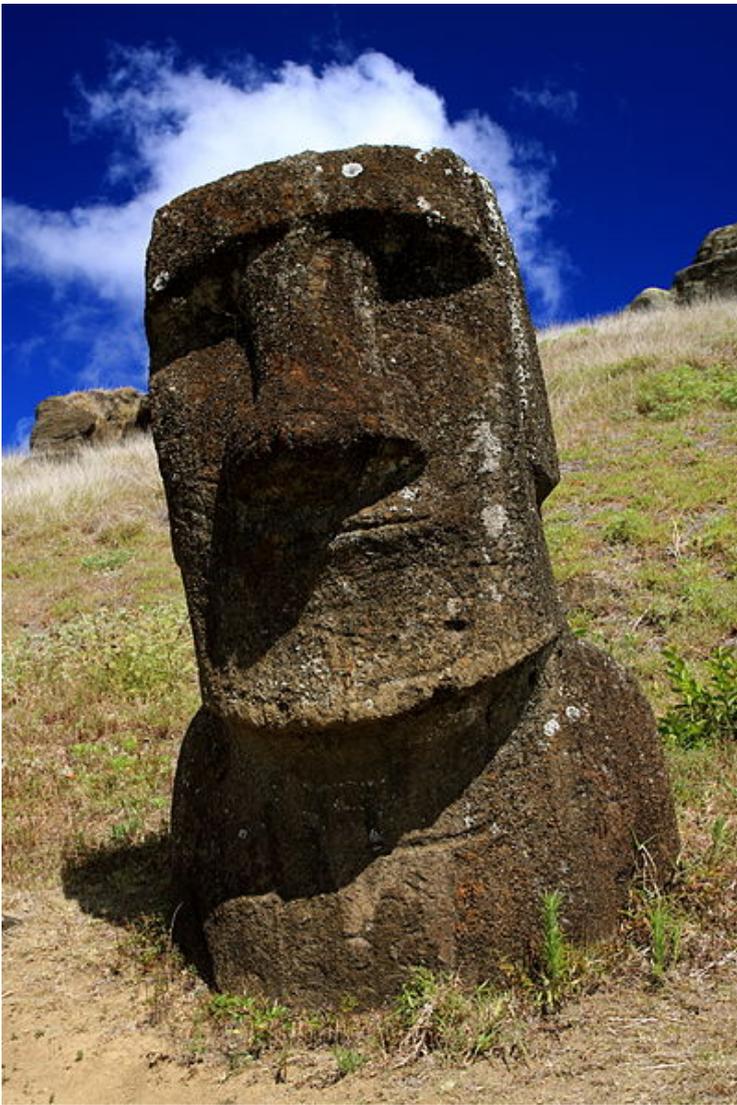


David de Miguel Ángel

Imagen de Jörg Bittner Unna en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

La obra escultórica **"El David"** de Miguel Ángel está considerada como la escultura perfecta, ya que representa las proporciones ideales del hombre, la cabeza es un octavo del resto del cuerpo y el conjunto de la escultura mantiene el equilibrio total.

Aunque la anatomía representada en esta escultura no es perfecta, pues Miguel Ángel esculpió las manos excesivamente grandes para dar la sensación de fuerza, especialmente, la mano derecha, donde quedan tan marcados tendones y venas.

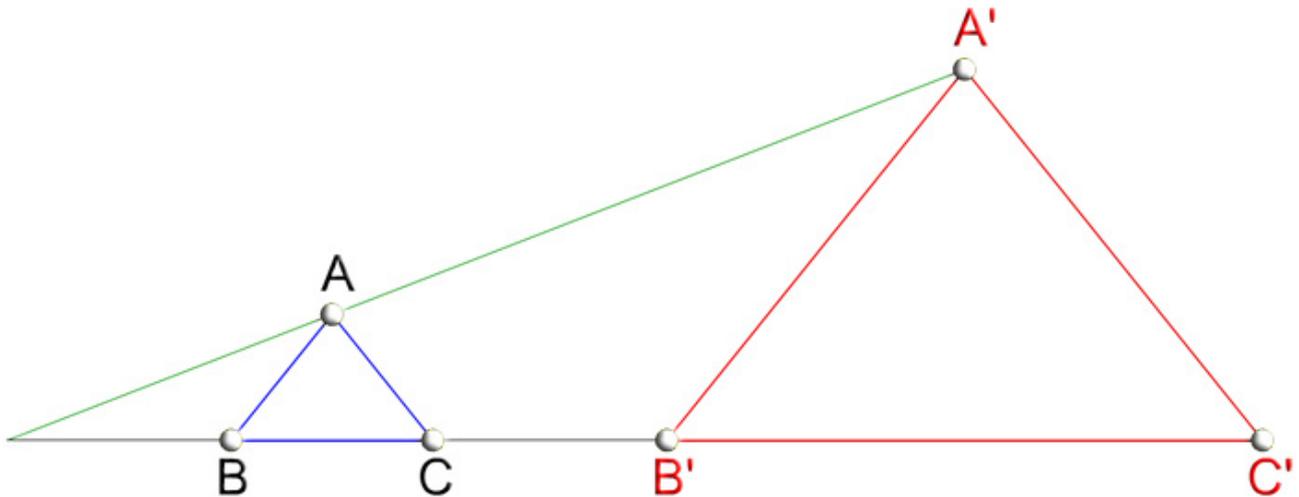


Moai en Rano Raraku, Isla de Pascua

Imagen de Viajar Nutria en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

A veces en el Arte se juega con total libertad con las proporciones naturales, desapareciendo para crear obras de mayor expresividad. Así aparecen formas nuevas, diferentes de las naturales. Un claro ejemplo lo tienes en la escultura de la imagen superior.

1.2. Tercera y cuarta proporcional



Importante

En geometría la proporción se da entre segmentos y para que estos queden perfectamente definidos usamos sus vértice, por tanto, esta transformación se dibuja usando la siguiente nomenclatura: los vértices los puntos proporcionales se representan en mayúscula (las letras), sin prima para los originales (A, B, C, 1, 2...) y con prima para los transformados (A', B', C', 1', 2'...).

DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN PARTES PROPORCIONALES: primero vamos a recordar cómo se dividía un segmento en partes iguales.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/OAPHiEabick](https://www.youtube.com/embed/OAPHiEabick)

Dividir un segmento en partes iguales.
Video de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

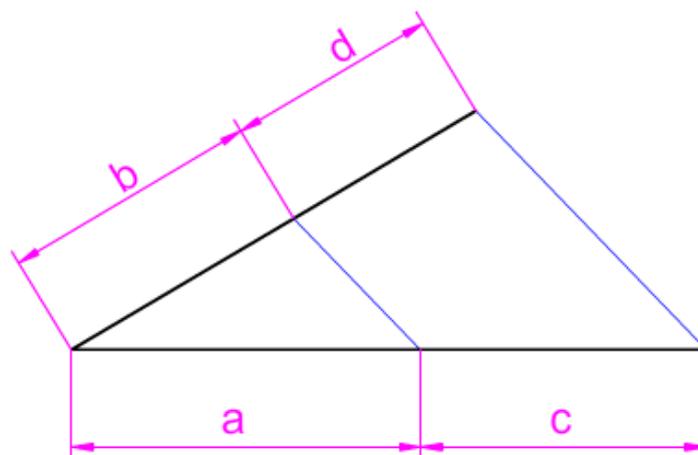
[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/lwZIkWPEtmc](https://www.youtube.com/embed/lwZIkWPEtmc)

Dividir un segmento en partes proporcionales (Teorema de Tales)
Video de Arturo Geometría alojado en [Youtube](#)

PROPORCIONALIDAD DE SEGMENTOS:

La razón entre dos segmentos es el valor de la relación entre las magnitudes de ambos segmentos, siendo a, b, c y d los términos de la proporción.
Cuando relacionamos dos razones establecemos una proporción (proporción es la igualdad de dos razones: $a/b = c/d$).

- A los términos **a y d** se les denomina **extremos**.
- A los términos **b y c** se les denominan **medios**.
- A los términos **a y b** se les denominan **antecedentes**.
- A los términos **c y d** se les denominan **consecuentes**.



TERCERA PROPORCIONAL:

Cuando dos de los términos conocidos (extremos o medios) tienen el mismo valor cualquiera de los otros recibirá el nombre de tercera proporcional. $a/b = b/x$.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/9WhwGbUlNyk](https://www.youtube.com/embed/9WhwGbUlNyk)

Hallar el segmento tercero proporcional a otros dos (Proporcionalidad).

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

CUARTA PROPORCIONAL:

Cuando se conocen tres de los cuatro términos, se puede obtener el cuarto, éste recibe el nombre de cuarta proporcional. $a/b = c/x$.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/pX6zfZcnKvI](https://www.youtube.com/embed/pX6zfZcnKvI)

Hallar el segmento cuarto proporcional a otros tres (Proporcionalidad).

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

APLICACIONES:

- **Multiplicación de segmentos:**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/dx1ZAmgdZek](https://www.youtube.com/embed/dx1ZAmgdZek)

MULTIPLICAR SEGMENTOS | Operaciones con segmentos

Vídeo de Dibujo Técnico paso a paso alojado en [Youtube](#)

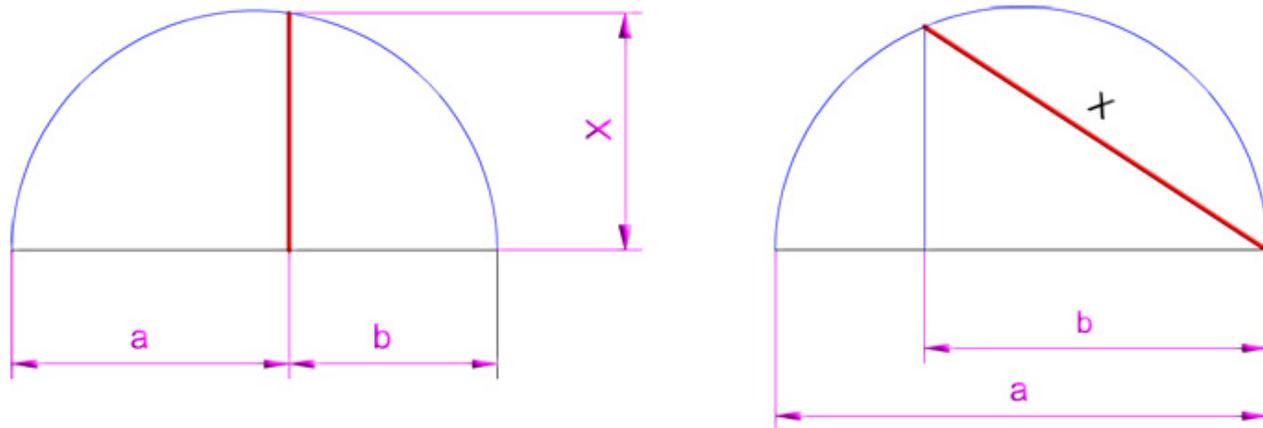
- **División entre segmentos:**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/HbXts3lHc2g](https://www.youtube.com/embed/HbXts3lHc2g)

Cociente de dos segmentos en Dibujo técnico

Vídeo de Dibujo Técnico paso a paso alojado en [Youtube](#)

1.3. Media proporcional



DEFINICIÓN:

Cuando se desconocen los términos repetidos (medios o extremos) a éstos se les denomina **media proporcional**.

TEOREMA DE LA ALTURA: suma de los segmentos.

La media proporcional es la altura de un triángulo rectángulo, siendo su hipotenusa el segmento suma de los dos dados

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/LkzOUeV4SnI](https://www.youtube.com/embed/LkzOUeV4SnI)

Hallar el segmento medio proporcional a otros dos (Teorema de la altura de Euclides).

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

TEOREMA DEL CATETO: diferencia entre los segmentos.

La media proporcional es el cateto (mayor o menor) de un triángulo rectángulo, la proyección del dicho cateto sobre su hipotenusa (el segmento mayor dado) es igual a la longitud del segmento menor dado.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/awwA8agLWjA](https://www.youtube.com/embed/awwA8agLWjA)

DT1 U2 T1 Apdo. 1.3: Teorema del cateto

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)



Importante

El segmento media proporcional (x) es la raíz cuadrada del producto de los segmentos proporcionales (a, b).

$$x = \sqrt{a \cdot b} \Rightarrow x^2 = a \cdot b$$

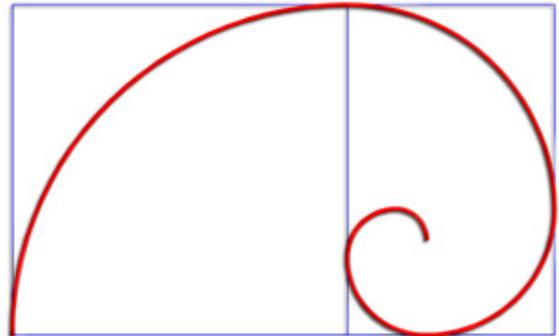
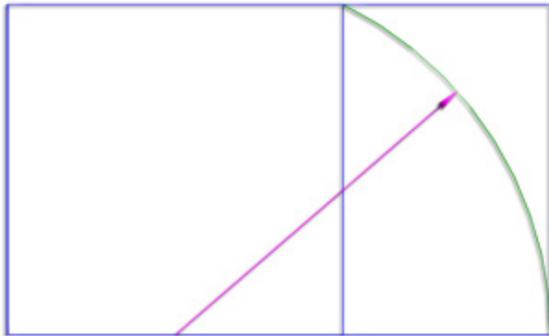
APLICACIONES: la media proporcional se emplea en la determinación de equivalencias entre formas planas, pero quizás la aplicación más interesante sea la de poder determinar la raíz cuadrada de un segmento dado.

Raíz cuadrada de un segmento cualquiera:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/Y9-NlawY5Bk](https://www.youtube.com/embed/Y9-NlawY5Bk)

DT1 U2 T1 Apdo. 1.3: Raíz cuadrada de un segmento cualquiera
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

1.4. La divina proporción, el Número Áureo



DEFINICIÓN:

Es el principio de la medida y de la extrema razón. Se encuentra en los seres vivos: animales, plantas, insectos, etc., por eso se le suele llamar el número de la Naturaleza; racional por su presencia y su lógica e irracional por su valor numérico

Los griegos fueron los primeros en utilizar la sección áurea debido a sus estudios matemáticos y a su deseo de hallar una relación, un orden, como símbolo de vida y armonía. Este número fue designado con la letra griega ϕ

($\phi = 1,618\dots$), también se llamó número áureo (Leonardo da Vinci) y es la medida media y la razón última que define la sección áurea.

Vitruvio (arquitecto romano del siglo I a. de C.): "Para que un todo, dividido en partes desiguales, resulte hermoso, es necesario que exista una relación entre la mayor y la menor parte, igual que la existente entre la mayor y el todo". $a/b = c/a$.

SEGMENTO ÁUREO:

Es la división de un segmento en media y extrema razón, es decir, la división de una longitud tal que la parte menor es a la más grande como la más grande es a la longitud total.

El método para determinar la sección áurea es el que sigue:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/HjyzSeKTncY](https://www.youtube.com/embed/HjyzSeKTncY)

Dividir un segmento en media y extrema razón. División áurea de segmento (Proporcionalidad).

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

RECTÁNGULO ÁUREO:

Es aquél cuya proporción es tal que el lado mayor, dividido por el menor da como resultado el número áureo (ϕ).

El método para determinar el rectángulo áureo es:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/qAsYqoQLHeM](https://www.youtube.com/embed/qAsYqoQLHeM)

APLICACIÓN: construcción de un pentágono regular conocida la diagonal.

El lado de un pentágono regular es el segmento áureo de su diagonal.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/MQfCEb123pA](https://www.youtube.com/embed/MQfCEb123pA)

DT1 U2 T1 Apdo. 1.4: Construcción de un pentágono regular conocida la diagonal

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)



Curiosidad

En la composición pictórica, la sección áurea se puede utilizar con diferentes objetivos:

- Para proporcionar las dimensiones del soporte.
 - Para dividir la superficie de trabajo creando formas cuyas áreas estén relacionadas unas con otras, según la proporción áurea.
 - Para proporcionar las diferentes partes del cuerpo humano.
 - Para crear puntos en la composición como centro de atención del espectador.
-



Para saber más

Si quieres conocer el empleo de la proporción áurea en el Arte y en la Naturaleza échale un vistazo a este vídeo. En la última unidad del curso dedicada al Dibujo Técnico y el arte volveremos a encontrarnos con la proporción áurea en el tema **Arte y proporcionalidad**.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/kET_o2_UZzE](https://www.youtube.com/embed/kET_o2_UZzE)

El número de oro - Documental Arte

Vídeo de oyovu alojado en [Youtube](#)

2. Semejanza



Imagen de elaboración propia

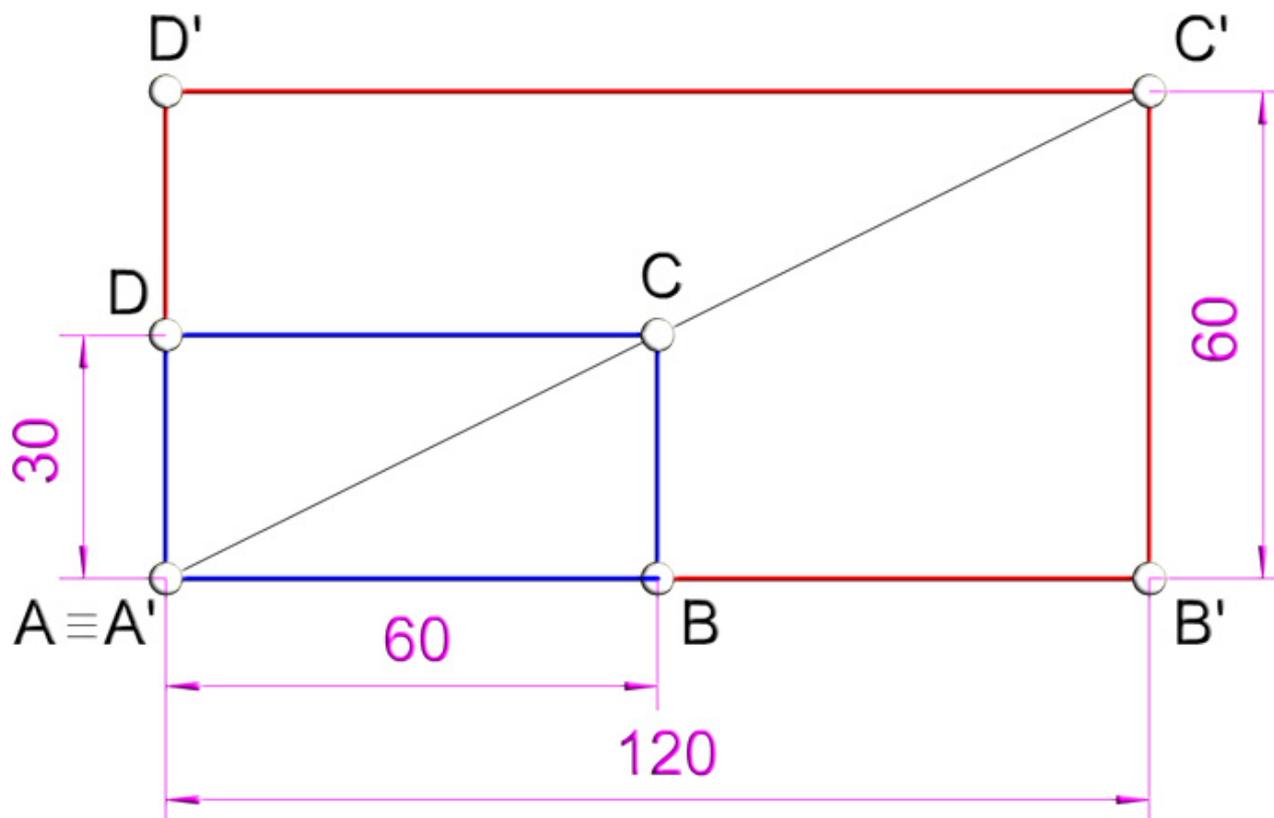
La primera aplicación de las proporciones es la semejanza, ya que esta es una proporcionalidad establecida entre los lados de dos figuras de ángulos iguales.

Decimos que dos figuras son semejantes cuando teniendo distinto tamaño conservan su forma. Esta relación es constante e igual para todos los elementos que componen dichas figuras.

Así hablamos de personas semejantes, cuando tienen las mismas características pero distinto tamaño.

En la imagen superior tienes una serie de esculturas egipcias, expuestas en el museo del Louvre de París, donde se ha representado la figura humana a distinto tamaño pero conservando sus formas y proporciones, es decir, a semejanza.

2.1. Generalidades



DEFINICIÓN:

Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma (el mismo número de lados y ángulos iguales) y distinto tamaño (sus dimensiones son distintas).

Los diversos elementos que en las figuras semejantes se corresponden son proporcionales entre sí, existiendo igualdad entre sus ángulos.

Esta correspondencia se denomina Razón de Semejanza (K) y es la relación de proporcionalidad constante que existe entre los elementos de las dos figuras semejantes.

Elemento característico: La razón de semejanza (K).



Curiosidad

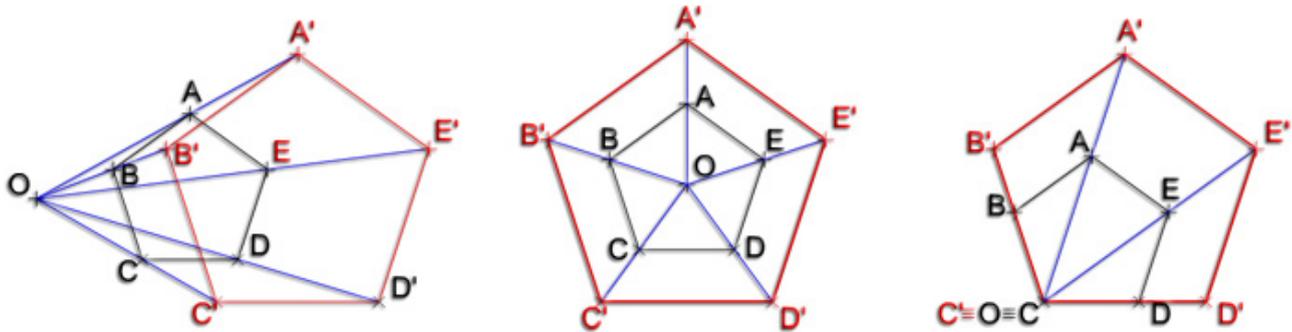


Ábside de la *Basílica de Santa María in Trastevere* de Roma
Imagen de Lamré en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

Desde la antigüedad y hasta la Edad Media se empleaba la semejanza en las representaciones artísticas de reyes o temas religiosos. Los personajes principales aparecen siempre representados a mayor tamaño respecto de los secundarios, estableciéndose entre ellos una relación de semejanza

En la imagen superior, *Ábside de la Basílica de Santa María in Trastevere* de Roma, puedes ver cómo las figuras de Jesucristo y de la Virgen María están realizadas a mayor tamaño que la de los Apóstoles

2.2. Figuras semejantes



Importante

Los polígonos regulares son siempre semejantes: triángulo equilátero, cuadrado, pentágono, hexágono, etc.

TRIÁNGULOS SEMEJANTES: dos triángulos son semejantes cuando cumplen alguno de los criterios de semejanza siguientes:

- Tienen como mínimo dos ángulos iguales, por tanto, el tercero también lo es.
- Tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido es igual.
- Sus lados semejantes son proporcionales

POLÍGONOS SEMEJANTES: dos polígonos irregulares son semejantes si sus lados son proporcionales y los ángulos que forman dichos lados son iguales.

EL CENTRO DE SEMEJANZA ES UN PUNTO EXTERIOR:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/9BE5swmsQ-Y](https://www.youtube.com/embed/9BE5swmsQ-Y)

NSC Vivero: Construcción polígonos semejantes
Vídeo de Santiago Rodríguez alojado en [Youtube](#)

EL CENTRO DE SEMEJANZA ES UN VÉRTICE DE LA FIGURA:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/W0PK8S08uYE](https://www.youtube.com/embed/W0PK8S08uYE)

Semejanza de un polígono desde un vértice
Vídeo de FPDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

APLICACIONES:

- **Trazado de triángulos semejantes:**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/JrRanYwsNoU](https://www.youtube.com/embed/JrRanYwsNoU)

DT1 U2 T1 Apdo. 2.2: Trazado de triángulos semejantes

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **Construcción de polígonos regulares conocido el lado (método general): Ej. endecágono.**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/9yKvqBiS4TA](https://www.youtube.com/embed/9yKvqBiS4TA)

Construcción de polígonos a partir del lado por el método general (endecágono).

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- **Construcción de polígonos regulares conocida la diagonal. (método particular):**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/1hdPDmJ-oNI](https://www.youtube.com/embed/1hdPDmJ-oNI)

DT1 U2 T1 Apdo. 2.2: Construcción de un heptágono regular por semejanza

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

3. Escalas



Maqueta de Emerita Augusta, Museo Nacional de Arte Romano (Mérida, Badajoz)

Imagen de Yuntero en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

Generalmente cuando queremos representar un objeto real a su tamaño natural esto no es posible, debido a que sus dimensiones exceden respecto del tamaño del formato del papel de dibujo. Para realizar estas representaciones necesitaríamos unos soportes cuyo tamaño sería muy difícil de manejar.

Por el contrario, a veces los objetos a representar son demasiado pequeños, con lo que el dibujo a tamaño natural sería poco claro para su correcta definición.

Esta imposibilidad de representar un objeto a su tamaño real, hace necesario variar sus magnitudes según unas determinadas proporciones. Esto es lo que conocemos con **la escala**, la **relación constante entre las dimensiones del dibujo del objeto real y las de sus magnitudes reales.** Esta razón puede expresarse de **distintas maneras**:

Como proporción: $1/2$.

Como fracción: $1:2$.

Como número decimal: $0,5$.

La aplicación esencial de las escalas se realiza en los dibujos arquitectónicos e industriales. Se representan plantas de edificios, piezas o conjuntos de piezas a unas con unas dimensiones distintas de las de los originales, pero conservando la semejanza entre los elementos, no importando las posiciones que tengan.

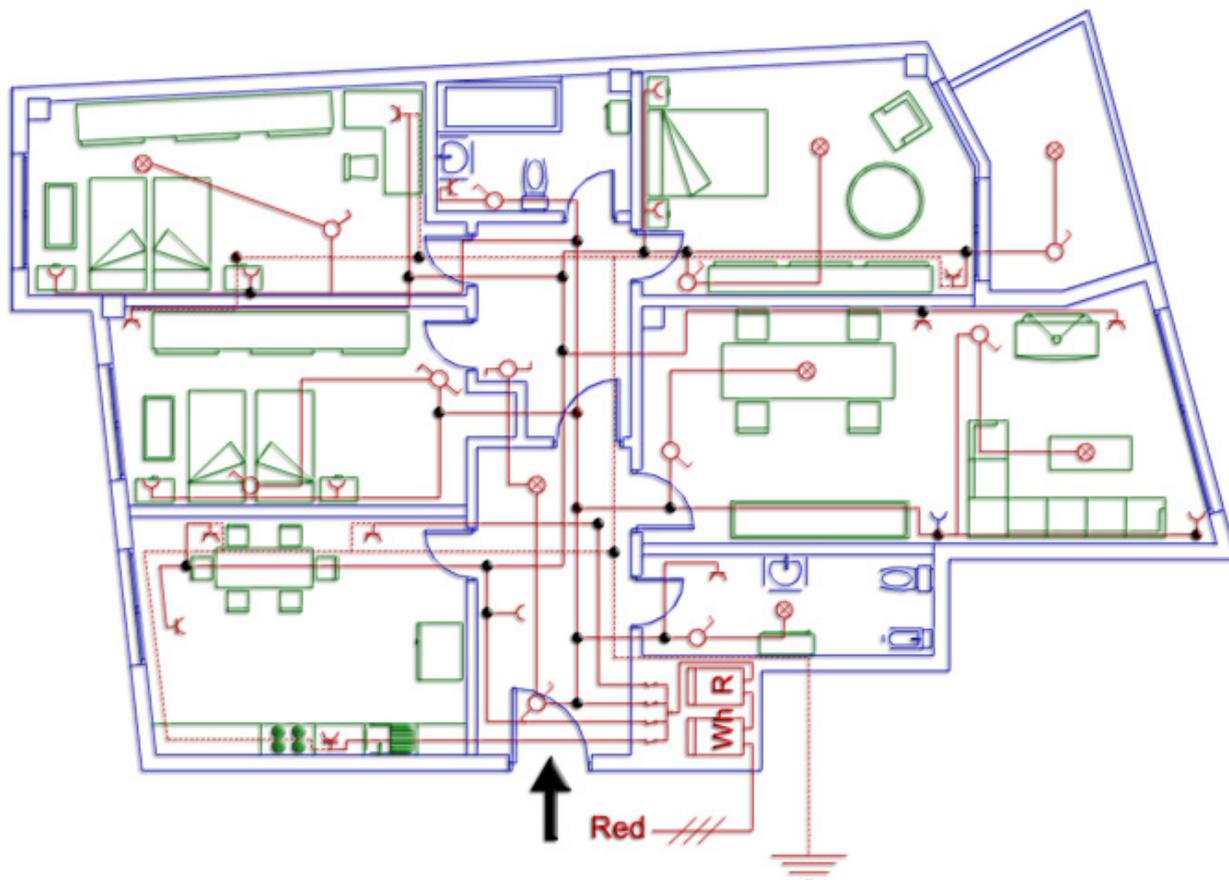
En la imagen superior puedes ver otra aplicación de las escalas: el diseño de maquetas, complemento de todo proyecto arquitectónico. En este caso la maqueta representa la ciudad romana de Emérita Augusta (Mérida).



Importante

En el diseño asistido por ordenador (CAD) se suele dibujar con medidas reales. Las escalas se usan solamente cuando se pasa el dibujo a un soporte de papel (impresión).

3.1 Definición y generalidades



En los apartados anteriores hemos visto que la comparación de dos figuras, dos tamaños o dos cantidades a y b puede formularse con el lenguaje matemático escribiendo: a / b . Definíamos a esto como razón entre dos magnitudes (ratio en latín) o comparación entre dos cantidades.

Ejemplos:

Si al comparar un dibujo con el tamaño real del objeto representado comprobamos que este último es cien veces mayor que el primero, escribiremos la razón de uno es a cien, con esta anotación: $1/100$.

Si en un plano leemos, e: $1/50.000$ entendemos que el tamaño de los objetos reales que allí se representan son 50.000 veces más grandes o, lo que es lo mismo, que el dibujo es 50.000 veces más pequeño.



Importante

Recuerda que la medida es uno de los objetos fundamentales de la Geometría, por tanto, establecemos una relación con una magnitud fija tomada como unidad. Para ello empleamos números reales, con los que cuantificamos el valor de dichas medidas.

DEFINICIÓN.

Podemos concebir la escala como la proporción o tamaño con la que se desarrolla una idea. En dibujo definimos a la escala como la proporción entre las dimensiones de un dibujo y las del objeto que representa.

$$ESCALA = \frac{EN\ EL\ DIBUJO}{EN\ LA\ REALIDAD}$$

Para utilizar una escala tienes que plantearte las dimensiones del objeto a representar y llevarlo a cabo mediante un dibujo a igual, o a diferente tamaño, pero sin que éste pierda su configuración. La escala viene representada por un quebrado, en el que el numerador expresa la magnitud del dibujo y el denominador refleja la medida real, en ambos casos la unidad en la misma: E: 1/100: una unidad del dibujo corresponde a 100 unidades en la realidad, si tomas como unidad el centímetro tienes, cada centímetro lineal en el dibujo son 100 cm en la realidad, o lo que es lo mismo un metro real.



Importante

Dibujar un objeto a escala es hacer una figura semejante: razón de semejanza = escala.

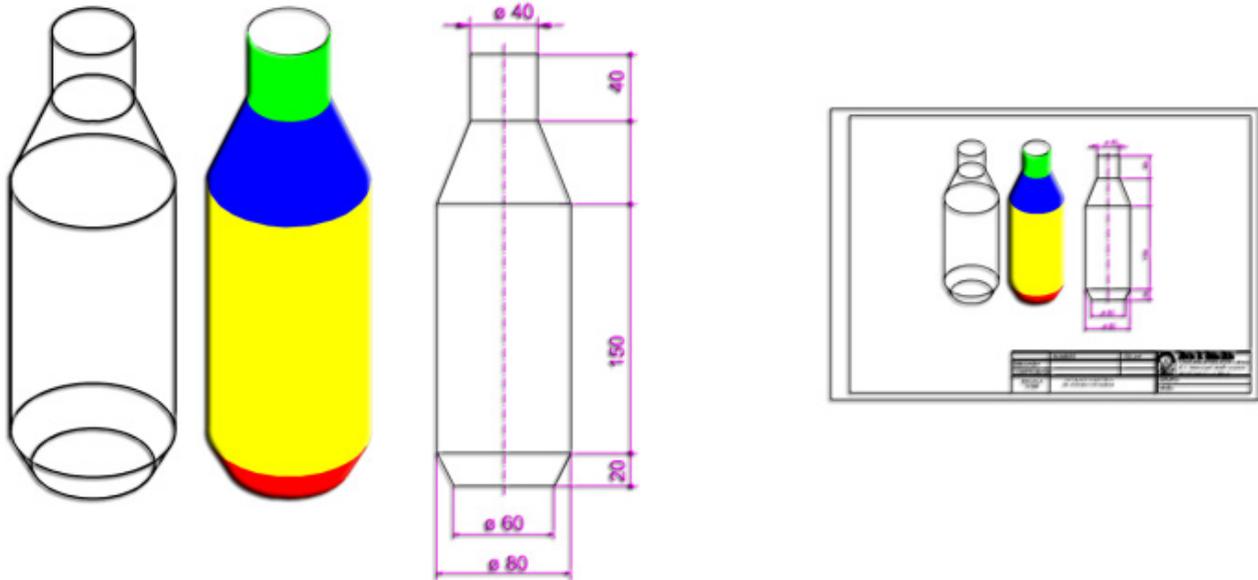
USOS DE LA ESCALA:

- **Uso Directo:** Cuando pasamos de un objeto a un dibujo. Hay que multiplicar las dimensiones de la forma por la escala; ejemplo: 20 metros a E: 1/2 10 metros o 1000cm.
- **Uso Indirecto:** Pasamos de un dibujo a un objeto. Hay que multiplicar las dimensiones del dibujo por la inversa de la escala; ejemplo: 50 cm a E:1/1000 50 x 1000/1= 50.000 cm ó 500 metros.

TIPOS DE ESCALAS: natural, de ampliación y de reducción.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/ZRhTs4L42Vg](https://www.youtube.com/embed/ZRhTs4L42Vg)

3.2. Cálculo de escalas



Despliega las siguientes pestañas para conocer la forma de determinar la escala en distintas situaciones o contextos:

DETERMINAR LA ESCALA A EMPLEAR SEGÚN EL FORMATO DEL PAPEL

En ocasiones debemos calcular que escala tenemos que aplicar para trazar un dibujo con unas dimensiones determinadas en un formato dado, este problema tiene fácil solución: basta con relacionar las dimensiones del dibujo (considerándolo inscrito en un cuadrilátero) con las medidas del formato (restándole los márgenes).

Consideremos que tenemos una finca inscrita en un cuadrilátero cuyas dimensiones son: 120 metros de largo por 50 metros de ancho, y que se quiere dibujar en un formato tamaño A4 (dimensiones: 210 x 297), para resolver esto debemos realizar los siguientes pasos:

1. Restar a las medidas del formato los márgenes normalizados, por ejemplo una hoja A4:
 $297 - (25 + 5) = 267$; $210 - 10 = 200$.
2. Aplicar la definición de escala: $ESCALA = \text{DIBUJO} / \text{REALIDAD}$, teniendo en cuenta que el dibujo es el formato y la realidad es la finca a dibujar, relacionando las dimensiones horizontales de ambos:
 $ESCALA = 267 / 1200000$ (Horizontal).
 $ESCALA = 200 / 500000$ (Vertical).
3. Simplificando ambas escalas nos queda:
 $ESCALA = 1 / 449'438 \dots$ $1 / 500$ ESCALA HORIZONTAL.
 $ESCALA = 1 / 250$ $1 / 250$ ESCALA VERTICAL.
4. Comprobar qué escala es más apropiada para el trazado.

DETERMINAR LA ESCALA EMPLEADA EN UN MAPA O PLANO

Calcular qué escala se ha empleado en un plano o mapa puede ser también necesario a la hora de interpretar un plano. Para obtener la solución a este problema basta con sustituir los datos dados con el numerador y el denominador de la escala.

Ejemplo: En un plano una longitud de 50 Km ,en línea recta, viene representada por un segmento que mide 25 cm. La escala sería: $E = \text{DIBUJO} / \text{REALIDAD}$, luego: $E = 25 / 5000.000$, simplificando: $E = 1 / 20.00$

DETERMINAR VERDADERAS MAGNITUDES A PARTIR DE LA ESCALA EMPLEADA

Como en el caso anterior a veces es preciso calcular las dimensiones reales de segmentos representados a una determinada escala. La solución a este problema es simple, sólo hay que multiplicar la magnitud a escala por el denominador de la misma.

Ejemplo: En un dibujo a escala 1/1000, la longitud de un segmento es de 7,5 cm. Su verdadera magnitud sería: $7,5 \times 1000 = 75$ metros

DETERMINAR LA ESCALA INTERMEDIA

A veces se necesita transformar un dibujo realizado a una escala determinada en otro dibujo a otra escala cualquiera (menor o mayor). Existirá entre las dos escalas anteriores una intermedia. Para deducir la escala intermedia hay que tener en cuenta:

- **ef** = escala final.
- **ed** = escala del dibujo.
- **ei** = escala intermedia.

La fórmula sería: $ei = ef / ed$.

Ejemplo:

Calcular la escala intermedia para pasar a escala 1/25 un dibujo realizado a escala 1/20.

$$e_i = \frac{e_f}{e_d} p \implies e_i = \frac{1/25}{1/20} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$



Comprueba lo aprendido

La escala intermedia para pasar a escala 1/50 un dibujo realizado a escala 1/200 es:

- 1/4
- 4/1

Incorrecto

Correcto :

$$e_i = \frac{e_f}{e_d} p \implies e_i = \frac{1/50}{1/200} = \frac{200}{50} = \frac{4}{1}$$

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta



Caso práctico

RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DE ESCALA:

1. Calcular la escala a emplear para representar en un Formato A3 (420 mm x 297 mm) un rectángulo cuyos lados miden: a= 2150 m y b= 1075 m.
2. En un papel formato A5 (210 mm x 148 mm) se quiere representar a escala una pieza rectangular de 20 x 45 cm. Cuál será la escala normalizada máxima que puede emplearse?
3. En un dibujo a escala 1/75 la longitud de un segmento es de 64 mm. ¿Cuál es la longitud real en METROS?
4. En un plano el lado de un pentágono regular de dimensión igual a 7,5 metros está representado por un segmento de 30 mm. Calcular la escala empleada para trazar el pentágono regular dado.
5. Halla la escala intermedia para trazar el polígono anterior a escala 1/750.

¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se muestran las soluciones con sus desarrollos.

3.3. Escalas gráficas



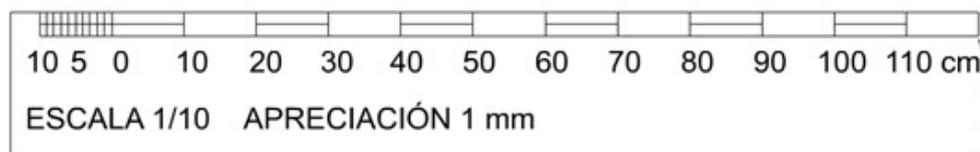
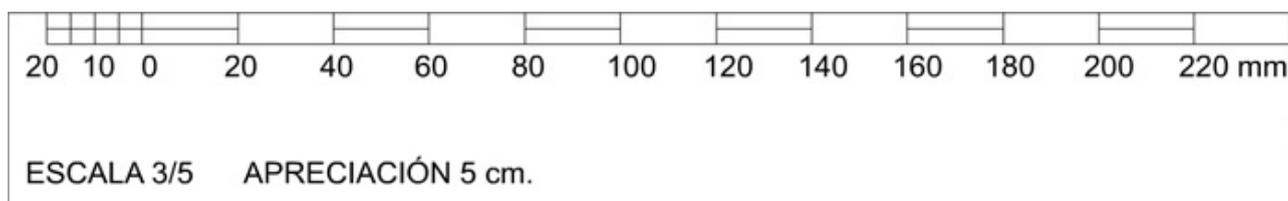
Escalímetro

Imagen de Catherine Munro en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

DEFINICIÓN: Es aquella escala en la que las dimensiones reales del objeto representado en el dibujo están expresadas en una reglilla graduada, es decir, es la representación de la escala numérica.

La escala gráfica nos permite conocer directamente las dimensiones del objeto real, sin necesidad de realizar operaciones matemáticas

La contraescala representa la unidad de la escala gráfica dividida por diez.

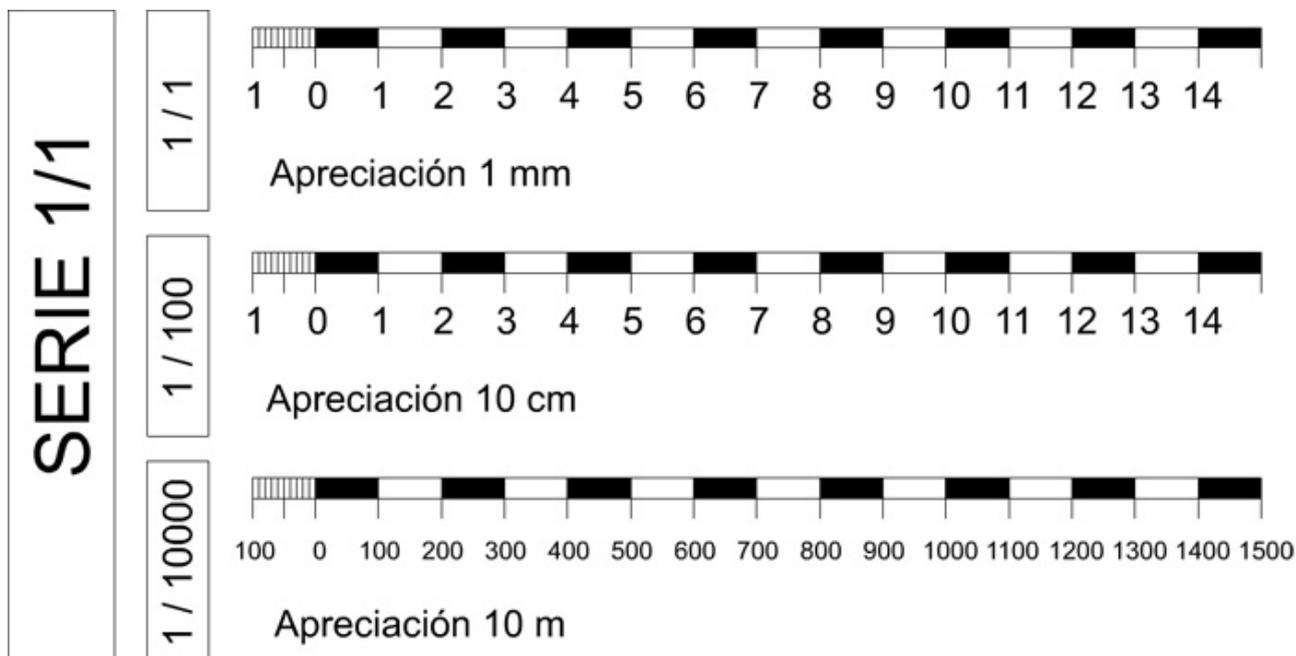


RELACIONES MÉTRICAS ENTRE ESCALAS DE UNA MISMA SERIE:

En las escalas una serie viene definida por el conjunto de éstas que tienen en común la primera cifra, variando sólo en decenas, centenas, millares, etc., el nombre de la serie se toma del numerador y la primera cifra del denominador (serie 1/2 comprende las escalas 1/2, 1/20, 1/200, 1/2000,...)

En las escalas de una misma serie las marcas se mantienen, variando solamente las cifras escritas por debajo de ellas (aumentando o disminuyendo).

La contraescala y su correspondiente apreciación también varía en función de la escala empleada, si bien el número de divisiones es el mismo -siempre 10- la unidad de medida cambia.

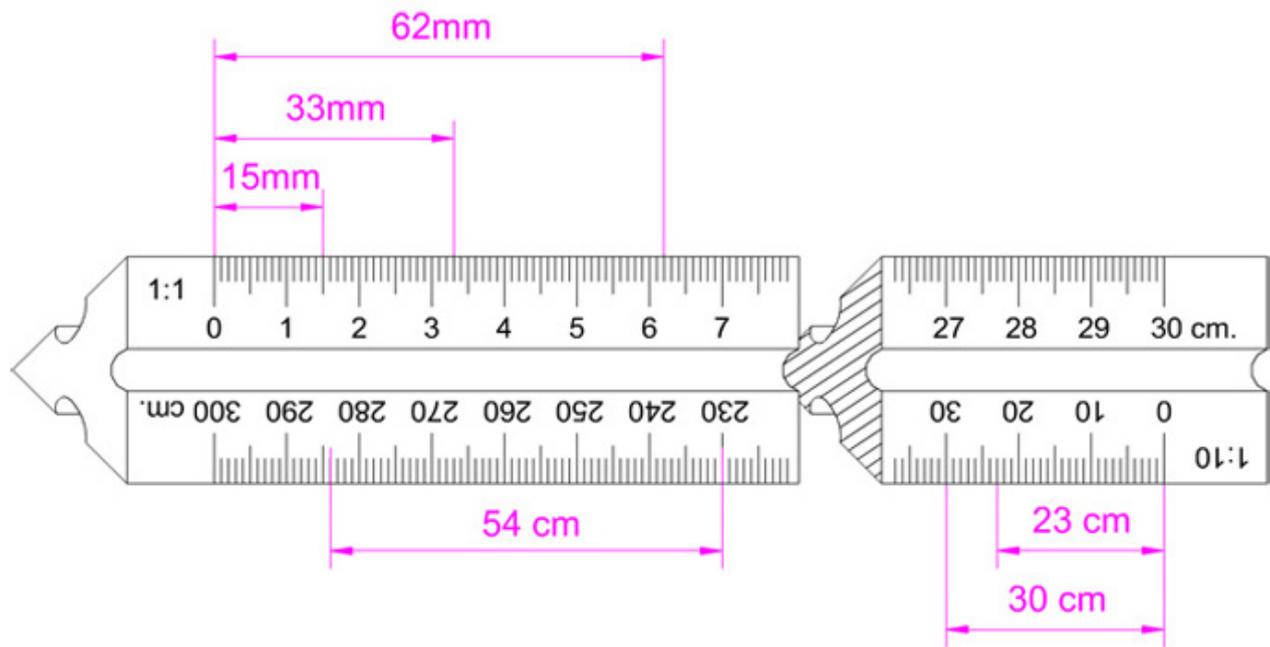


LECTURA DEL ESCALÍMETRO:

La lectura de medidas tomadas mediante el escalímetro no representa mayor dificultad que las tomadas empleando una escala volante.

Las escalas que viene fijadas en el escalímetro, así como las cifras y sus unidades de medidas correspondientes facilitan la lectura de cualquier medida que se haya de tomar en un dibujo; sólo hay que tener en consideración lo explicado en el apartado anterior referente a la apreciación de las distintas escalas.

En la imagen inferior tenemos un escalímetro que muestra las escalas 1:1 y 1:10, es fácil verificar que la apreciación de cada una de ellas debe ser 1 mm y 1 cm respectivamente. Por tanto, la lectura se debe hacer considerando la unidad empleada en cada una de ellas y su apreciación.



APLICACIÓN DE PROPORCIONALIDAD PARA CONSTRUIR UNA ESCALA GRÁFICA: mediante una sencilla construcción de segmentos proporcionales podemos construir una escala gráfica que nos facilitará el trazado en cualquier dibujo.

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/v_l-mIUanb0

DT1 U2 T1 Apdo. 3.3: Construcción de escala gráfica
 Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

A través del siguiente vídeo podrás seguir paso a paso la construcción de escalas gráficas, tanto de ampliación como de reducción:

Enlace a recurso reproducible >> <https://www.youtube.com/embed/frNhrmKpLwA>

Trazar una escala gráfica (Reducción o ampliación, Dibujo Técnico).
 Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)



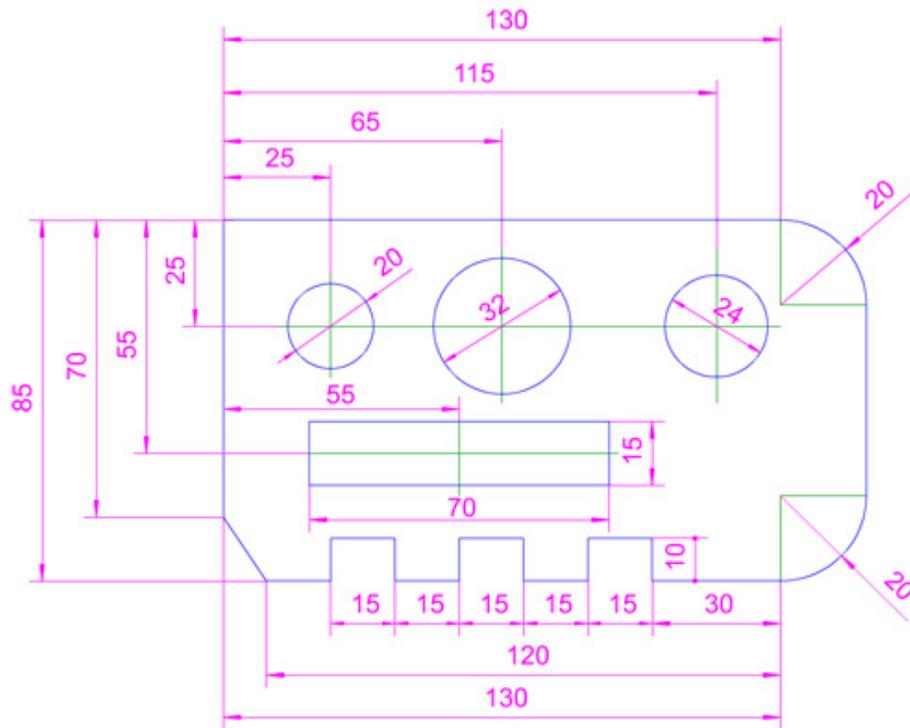
Caso práctico

Determina gráficamente el valor de un segmento de magnitud 6 cm a escala $5/3$.
 ¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir.



Caso práctico



Dada la pieza de la imagen izquierda acotada en milímetros, se pide:

- Dibújala a escala 5/3
- Traza la escala gráfica.

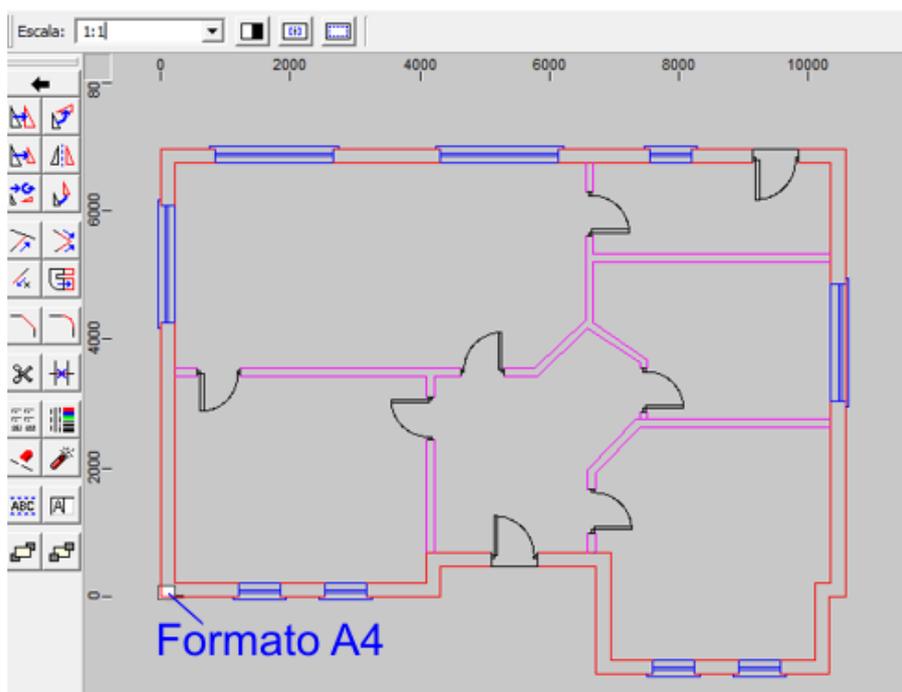
¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir.

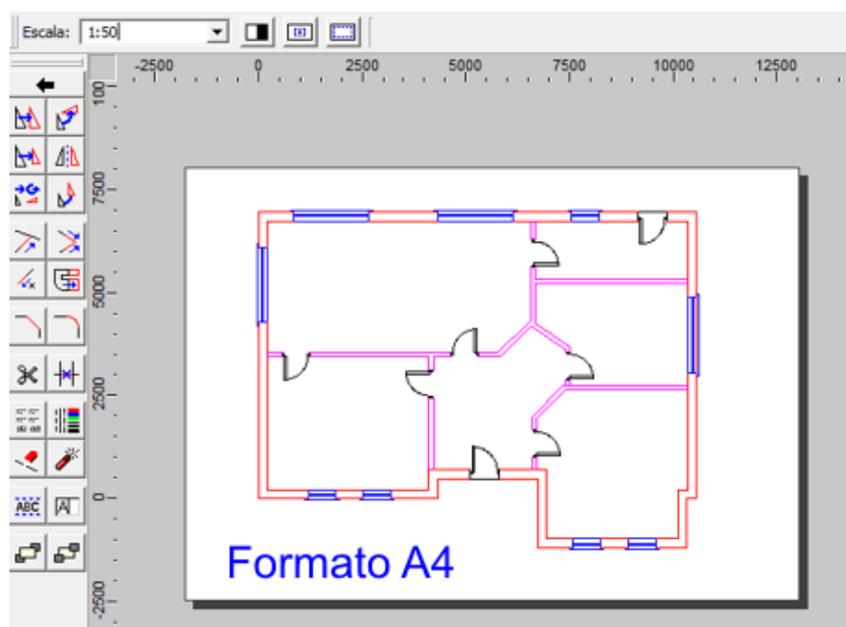
4. QCAD (IV): Escalas

Cuando hablamos de escalas en un programa CAD debemos saber que éstas sólo tendrán aplicación a la hora de imprimir nuestro dibujo, ya que cuando dibujamos planos los trazaremos con las medidas reales del objeto que representamos, ya sea éste muy grande o muy pequeño.

Las escalas sirven para reproducir un objeto determinado en un papel. Si el objeto es grande y no cabe en la hoja prevista, tendremos que dibujarlo más pequeño (**escalas de reducción**); si el objeto tiene un tamaño adecuado para el papel empleado, usaremos las medidas reales (**escala natural**); si el objeto es pequeño y no podemos representarlo adecuadamente debido a su tamaño, procederemos a dibujarlo mayor (**escala de ampliación**).



Plano a escala 1:1, el objeto no cabe en el papel en el que lo queremos representar.



Plano a escala 1:50, dibujamos la casa 50 veces más pequeña para adaptarla al tamaño del papel.

Al dibujar el plano de una casa, sus dimensiones reales son excesivamente grandes y para poder trazar el dibujo en un papel tamaño A4, tendremos que emplear una escala de reducción. Para el de arriba hemos usado una escala 1:50.

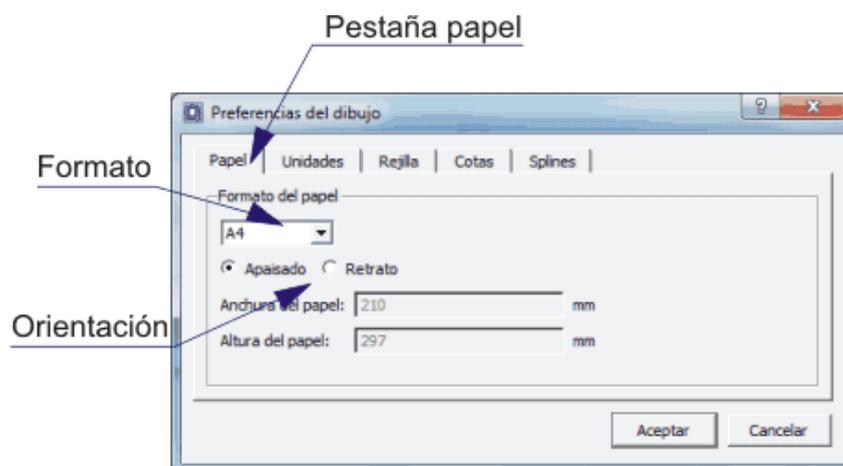
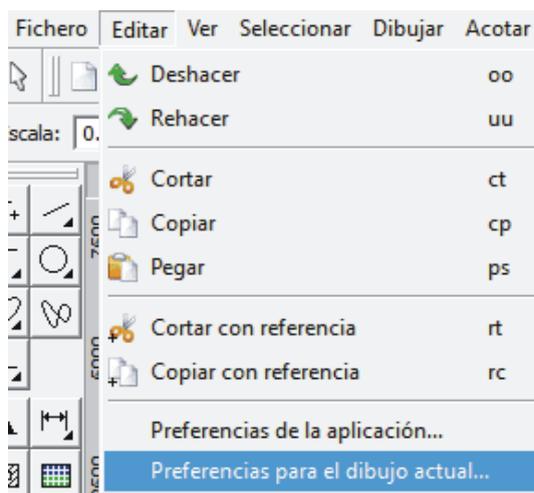


Importante

Las aplicaciones informáticas continuamente están actualizándose. Es por ello que Qcad como una de ellas, posiblemente también vaya sacando nuevas versiones y nuevas funcionalidades que posiblemente no estén en las animaciones de este temario. Es por ello que se debe estar pendiente del profesorado y los foros para resolver dudas derivadas de dichos cambios, actualizaciones o modificaciones del software.

4.1. Selección del tamaño de papel de impresión

Antes de proceder a fijar una escala de impresión para nuestro dibujo tendremos que seleccionar el tamaño o formato del papel donde queremos imprimir. Para ello, dentro del menú **Editar** seleccionamos la opción **Preferencias para el dibujo actual...** (imagen de abajo), que abre la ventana de la derecha donde, en la pestaña papel, podremos seleccionar el formato y la orientación del papel en el que vamos a imprimir.



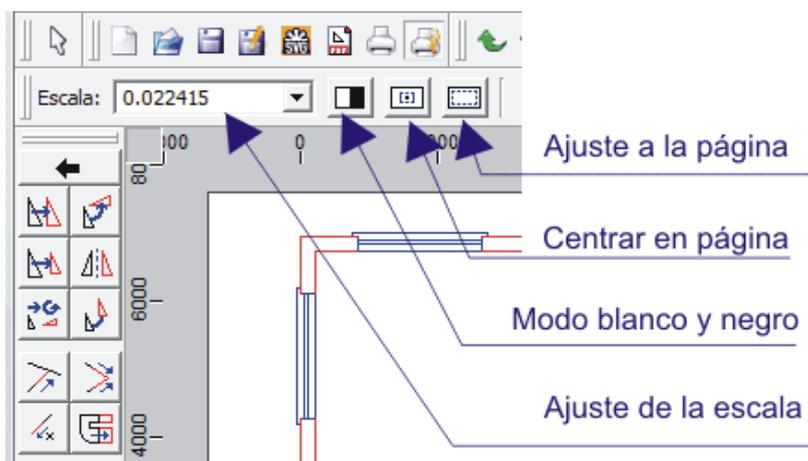
4.2. Vista previa y ajuste de la escala de impresión

Una vez que hemos dibujado el objeto con sus medidas reales, pasaremos a ver cómo quedará en el papel donde deseamos imprimirlo. Para hacer esto pulsaremos el botón **Vista preliminar**.



En la vista preliminar disponemos de tres botones, además del cuadro de texto para el **ajuste de la escala**, que son:

- **Botón que desactiva los colores**, por si nuestra impresora sólo admitiera blanco y negro.
- **Botón de centrado en página**, que nos ajusta la pantalla de visionado en el centro de la página de impresión.
- **Botón de ajuste a la página**, que amplía o reduce la imagen de nuestro dibujo a la escala adecuada para que entre en el formato de impresión seleccionado.



1:1	1:75	1:5000	20:1	500:1
1:2	1:100	1:7500	25:1	750:1
1:5	1:125	1:10000	50:1	1000:1
1:10	1:150	1:25000	75:1	2500:1
1:20	1:175	1:50000	100:1	5000:1
1:25	1:200	1:75000	125:1	7500:1
1:50	1:250	1:100000	150:1	10000:1
1:75	1:500	2:1	175:1	25000:1
1:100	1:750	5:1	200:1	50000:1
1:125	1:1000	10:1	250:1	75000:1
1:150	1:2500	20:1	500:1	100000:1

En la ventana de selección de la escala podremos elegir entre las escalas predeterminadas en QCad, que puedes ver a la derecha. Una vez seleccionada, en la ventana terminará apareciendo el resultado de la operación correspondiente:

Sí seleccionas

podrás ver

Escala: 1:2



Escala: 0.5

Escala: 1:100



Escala: 0.01

4.3. Impresión digital: ficheros pdf

PDF (del inglés **P**ortable **D**ocument **F**ormat, lo viene a significar documento para transportar) es un tipo de fichero que permite el traspaso de un documento desde un ordenador a otro sin que se modifique ninguna de las características de presentación del mismo. Podemos considerar estos documentos como **impresiones digitales** ya que independientemente del ordenador en que sea visualizado, del sistema operativo que ese ordenador tenga o de la impresora en que vaya a ser imprimido, el documento siempre se verá igual.

Este formato, pues, será útil para enviarnos planos terminados sin que puedan ser modificados. A partir de ahora podrías usarlo para entregar los dibujos de Qcad a tu tutor.



Para conseguir una impresión de tu dibujo, tras hacer los ajustes necesarios de escala y centrado del dibujo en el papel, pulsa el botón **Exportar PDF**, que abrirá la ventana de exportación para que indiques en qué lugar de tu equipo donde deseas guardar el fichero final.

4.4. Nuevas herramientas de edición

En el siguiente punto te vamos a proponer que dibujes unas piezas para que practiques el trazado con QCad. Para la segunda propuesta pueden serte útiles las dos herramientas de edición siguientes.



Chafilán: unir dos líneas concurrentes mediante otra oblicua a ambas.



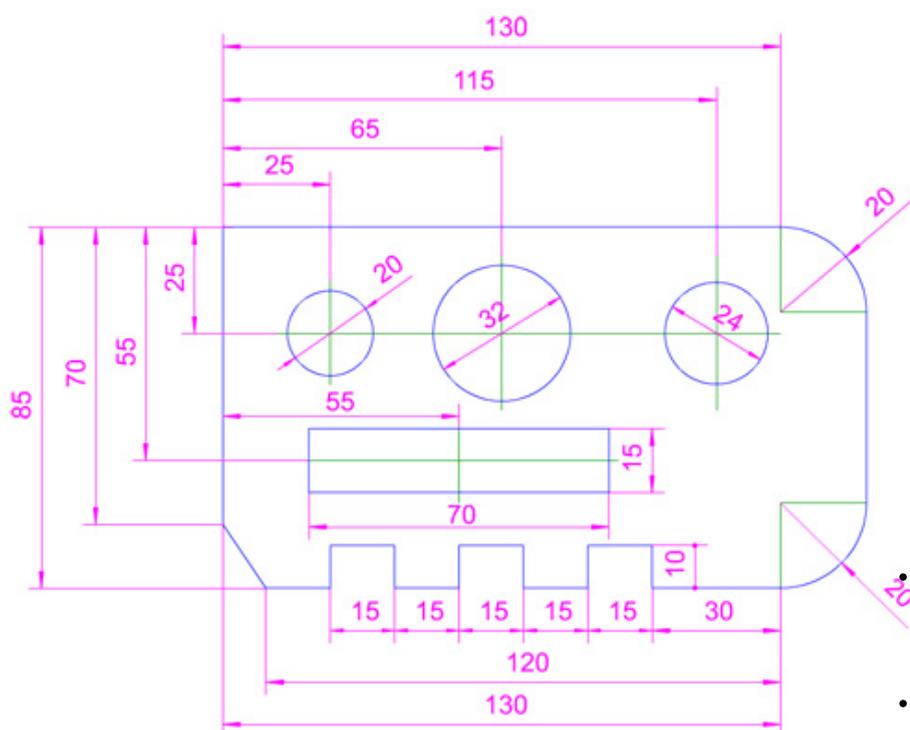
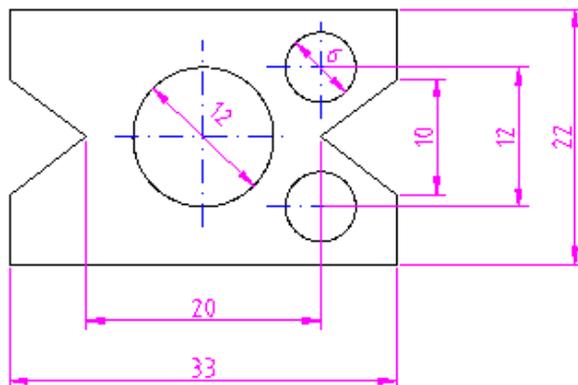
Redondear (enlazar): unir dos líneas concurrentes mediante un arco tangente a ambas.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/9oXAscqMe5I](https://www.youtube.com/embed/9oXAscqMe5I)

DT1 U2 T1 Apdo. 4.4: QCAD, nuevas herramientas de edición
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

4.5. Practica lo aprendido

Para practicar lo aprendido, dibuja la siguiente pieza y, para finalizar, produce el fichero PDF correspondiente en tamaño A4 apaisado, empleando la escala de impresión 5:1



Otra propuesta:

Dibuja, empleando QCad, la pieza propuesta en el punto 3.3 de este tema.

Haz una copia pdf del dibujo usando un formato A4 y la escala 5:3

Recomendación: usa las nuevas herramientas de edición aprendidas.

- Chaflán: para hacer la esquina inferior izquierda del rectángulo.
- Enlace: para hacer las dos esquinas de la derecha.

Resumen

A continuación tienes un resumen de los principales conceptos geométricos estudiados en el tema:

- Según el Diccionario de la Real Academia Española, **proporción** es la disposición, conformidad o correspondencia debida de las partes de una cosa con el todo, o entre cosas relacionadas entre sí. En su acepción matemática, entendemos por proporción la igualdad de dos razones (proporción aritmética y geométrica), así hablamos de la proporción en una persona, de si un trabajo está proporcionalmente pagado según el esfuerzo realizado, etc.. En estos casos estamos estableciendo comparaciones entre dos magnitudes.
- El **Teorema de Thales** es la base de la proporcionalidad entre segmentos. **RAZÓN** es la relación que se establece entre las magnitudes de dos segmentos, a y b. La razón constante de toda proporción geométrica se expresa mediante la letra **k**. Hay dos clases de razones: **Razón aritmética** y **Razón geométrica**.
- **TERCERA PROPORCIONAL:** Cuando dos de los términos conocidos (extremos o medios) tienen el mismo valor cualquiera de los otros recibirá el nombre de tercera proporcional. $a/b = b/x$.
- **CUARTA PROPORCIONAL:** Cuando se conocen tres de los cuatro términos, se puede obtener el cuarto, éste recibe el nombre de cuarta proporcional. $a/b = c/x$.
- **MEDIA PROPORCIONAL:** Cuando se desconocen los términos repetidos (medios o extremos) a éstos se les denomina media proporcional. **APLICACIONES: TEOREMA DE LA ALTURA Y TEOREMA DEL CATETO.**
- **La divina proporción.** Es el principio de la medida y de la extrema razón. Se encuentra en los seres vivos: animales, plantas, insectos, etc., por eso se le suele llamar el número de la Naturaleza; racional por su presencia y su lógica e irracional por su valor numérico. Los griegos fueron los primeros en utilizar la sección áurea debido a sus estudios matemáticos y a su deseo de hallar una relación, un orden, como símbolo de vida y armonía. Este número fue designado con la letra griega $\phi = 1,618...$ también conocido como **número áureo**.
- **SEMEJANZA:** Decimos que dos figuras son semejantes cuando teniendo distinto tamaño conservan su forma. Esta relación es constante e igual para todos los elementos que componen dichas figuras.
- **ESCALA:** la imposibilidad de representar un objeto a su tamaño real, hace necesario variar sus magnitudes según unas determinadas proporciones. Esto es la escala, la relación constante entre las dimensiones del dibujo del objeto real y las de sus magnitudes reales. Esta razón puede expresarse de distintas maneras:
Como proporción: 1/2.
Como fracción: 1:2.
Como número decimal: 0,5.
- Podemos concebir la escala como la proporción o tamaño con la que se desarrolla una idea. En dibujo definimos a la escala como la proporción entre las dimensiones de un dibujo y las del objeto que representa.

$$\text{ESCALA} = \frac{\text{EN EL DIBUJO}}{\text{EN LA REALIDAD}}$$

- **TIPOS DE ESCALAS:** natural, de ampliación y de reducción.
- **ESCALA INTERMEDIA:** A veces se necesita transformar un dibujo realizado a una escala determinada en otro dibujo a otra escala cualquiera (menor o mayor). Existirá entre las dos

escalas anteriores una intermedia.

Para deducir la escala intermedia hay que tener en cuenta:

ef = escala final.

ed = escala del dibujo.

ei = escala intermedia.

La fórmula sería: **$ei = ef / ed$** .

- **ESCALA GRÁFICA:** Es aquella escala en la que las dimensiones reales del objeto representado en el dibujo están expresadas en una reglilla graduada, es decir, es la representación de la escala numérica.

La escala gráfica nos permite conocer directamente las dimensiones del objeto real, sin necesidad de realizar operaciones matemáticas.

Imprimible

Descarga aquí la versión imprimible de este tema.

Pero recuerda que este tema contiene bastante material audiovisual muy importante para la comprensión de los distintos apartados del tema que no se pueden ver evidentemente en un imprimible, especialmente si lo quieres usar en papel.



Si quieres escuchar el contenido de este archivo, puedes instalar en tu ordenador el lector de pantalla libre y gratuito [NDVA](#).

Aviso legal

Las páginas externas no se muestran en la versión imprimible

<http://www.juntadeandalucia.es/educacion/permanente/materiales/index.php?aviso#space>