

Geometría métrica aplicada: tangencias y enlaces

Dibujo Técnico I

1.º Bachillerato

Contenidos

Geometría métrica aplicada:  
Tangencias y enlaces

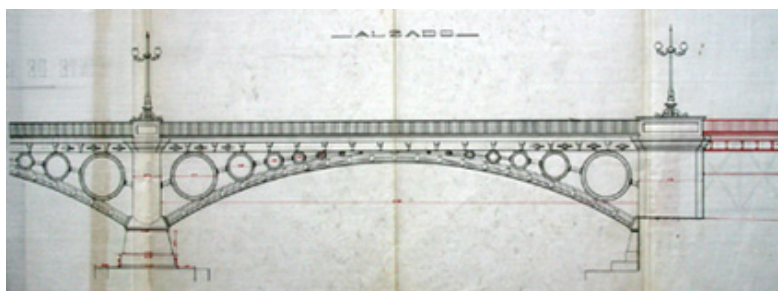


*Puente de Triana, Sevilla*

Imagen de Anual en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

# Introducción

---



*Puente de Isabel II, alzado de 1903*  
Imagen en Colección [Portal de archivos de Andalucía](#)

Una de las relaciones geométricas más importantes entre figuras planas es la tangencia, que permite trazar con exactitud el paso de un elemento o forma geométrica (recta) a otra diferente (circunferencia) de manera armónica.

Las tangencias están presentes en la naturaleza y en el Arte, pero su principal aplicación está en el diseño técnico, donde permiten, entre otros, la fabricación de engranajes, la sucesión de arcos, la construcción de puentes y el trazado de autovías y autopistas, donde los desvíos, enlaces y cambios de sentidos se realizan de manera armónica gracias a las tangencias.

En la imagen superior tienes un ejemplo del empleo de las tangencias en la estructura de los puentes. Observa este plano antiguo en alzado del año 1903 del famoso puente de Isabel II de Sevilla (popularmente conocido como el puente de Triana) donde su tablero está sostenido mediante circunferencias tangentes a los pilares y al arco de sujeción.

En este tema desarrollaremos sus fundamentos para que puedas resolver problemas sencillos, con el apoyo de los trazados geométricos vistos anteriormente y alguna transformación (homotecia).



**Para saber más**



*Torre Eiffel*

Imagen de Thomas Bresson en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

La Torre Eiffel (Tour Eiffel, en francés) diseñada por el ingeniero francés Gustave Eiffel, para la Exposición universal de 1889 en París. Su estructura de hierro le permitió alcanzar una altura de 300 metros, algo impensable en aquella época.

Su diseño ( [mira este plano antiguo](#)) está basado en la aplicación de las tangencias, gracias a ellas las tensiones y pesos se reparten por igual en la base.

---



**Curiosidad**



*Tuba*

Imagen de Yamaha Music Europa en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

Una aplicación directa de las tangencias la puedes encontrar en el diseño de algunos instrumentos musicales, trombón, trompa y la tuba que aparece en la imagen superior.

En la web de [Thomann](#) puedes encontrar más ejemplos de instrumentos musicales de viento.

---



## Importante

---

- Te recomendamos que los materiales e instrumentos sean de la mejor calidad posible, ya que ésta va unida a la perfección del acabado (precisión y exactitud).
- Es imprescindible que mantengas los instrumentos de Dibujo Técnico en perfectas condiciones de uso, es decir, limpios y en buen estado.
- Para visualizar los **vídeos explicativos** de los distintos conceptos que verás en este tema y en los siguientes del temario, te sugerimos que uses el *play* y el *pause* del visualizador de videos así como la velocidad del mismo (podrás ponerlo a una velocidad más lenta para una comprensión más detallada del mismo). También puedes verlo -a través de la página de You Tube- a pantalla completa (pinchando en el enlace que viene debajo, en la descripción de cada uno) por si necesitas fijarte en ciertos detalles o trazados. Mira este vídeo donde se explica cómo acelerar un vídeo o ralentizarlo accediendo a la configuración del mismo:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/n53asirZwO4](https://www.youtube.com/embed/n53asirZwO4)

*Dominar las opciones del visualizador de videos*

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

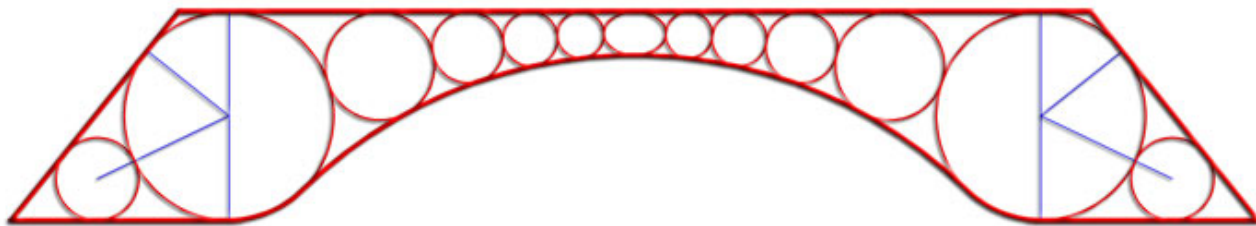
- Al final de muchos apartados también encontrarás cierto **ejercicios resueltos paso a paso** mediante un **PDF por capas** que se muestra en la retroalimentación del ejercicio, por lo

que se recomienda usar un visor o **lector PDF** que las lea correctamente, ya que no todos lo hacen. Por ejemplo, con **Adobe Reader**. Desde su [sitio web](#) se puede descargar e instalar.

---

# 1. Generalidades

---



**DEFINICIÓN:** las tangencias son las posiciones límite entre rectas y circunferencias, o bien, entre circunferencias, cuando tienen un sólo punto de contacto.



## Importante

El punto de contacto entre una circunferencia y una recta o entre circunferencias se denomina **punto de tangencia**.

**NOMENCLATURA:** para resolver los problemas de tangencias usaremos la siguiente nomenclatura simplificada para nombrar los distintos elementos que intervienen en toda tangencia usando las siguientes letras:

- **O** = centro de circunferencia.
- **C** = circunferencia.
- **r** = recta (**s, t, m, ...**)
- **R** = radio.
- **P** = punto.
- **T** = punto de tangencia (**T1, T2, T3, ...**)

**PROPIEDADES:** En este primer curso los problemas de tangencia se solucionan mediante la aplicación de los lugares geométricos y la homotecia. Los lugares geométricos se dan en las tangencias entre circunferencia y recta y entre circunferencias.

- **Tangencias entre circunferencia y recta:**

### 1ª Propiedad

las circunferencias tangentes a una recta  $r$  en un punto de tangencia  $T$ , tienen sus centros en la recta perpendicular a  $r$ , dibujada por el punto de tangencia  $T$ .

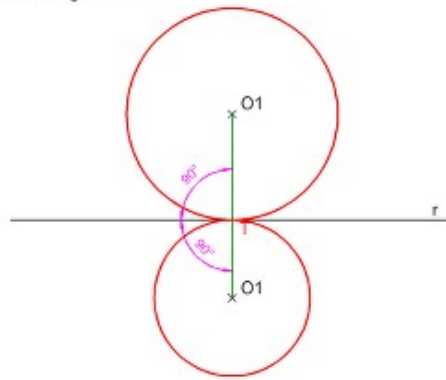
1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad

5ª Propiedad



## 2ª Propiedad

### SEGUNDA PROPIEDAD:

las circunferencias de radio  $R$ , tangentes a una recta  $r$ , tienen sus centros en las rectas paralelas a  $r$ , trazadas a una distancia igual al radio dado  $R$ .

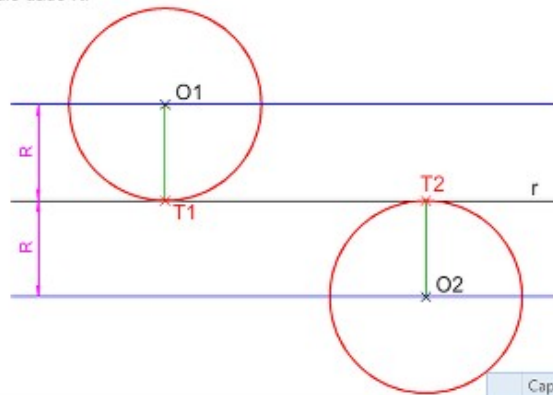
1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad

5ª Propiedad



## 3ª Propiedad

### TERCERA PROPIEDAD, Arco Capaz:

la recta tangente dibujada desde un punto exterior ( $P$ ) a una circunferencia forma un ángulo de  $90^\circ$  con el radio trazado por el punto de tangencia, dicho punto ( $T1$ ) pertenece al arco capaz formado por el punto exterior y el centro de la circunferencia.

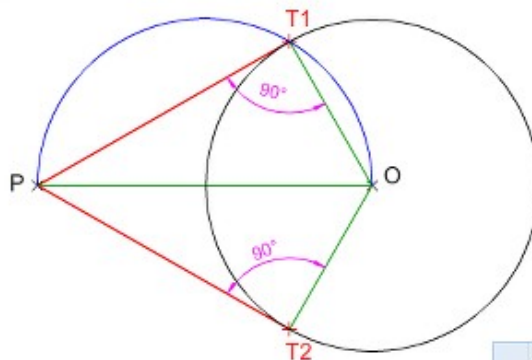
1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad

5ª Propiedad



## 4ª Propiedad

#### CUARTA PROPIEDAD

toda circunferencia tangente a dos rectas que se cortan tiene su centro en la bisectriz del ángulo que forman.

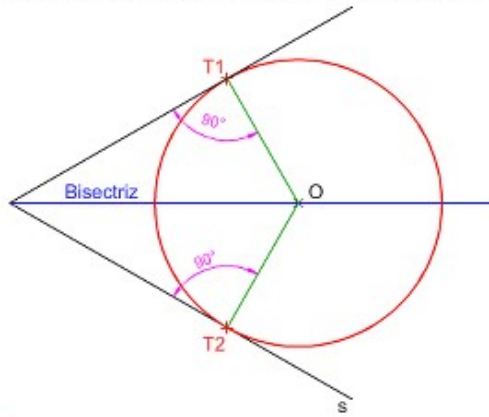
1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad

5ª Propiedad



## 5ª Propiedad

#### QUINTA PROPIEDAD:

toda circunferencia tangente a dos rectas paralelas tiene su centro en la paralela media.

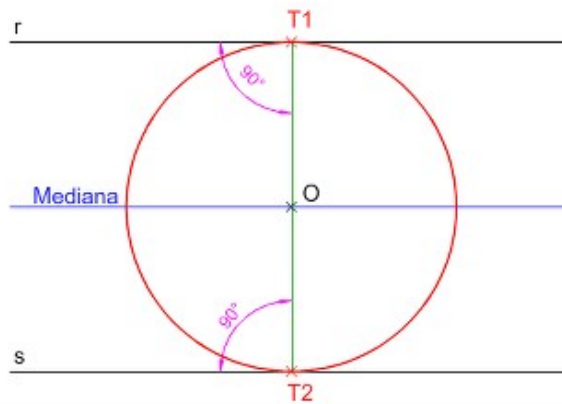
1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad

5ª Propiedad



- Tangencias entre circunferencias:

## 1ª Propiedad



### PRIMERA PROPIEDAD:

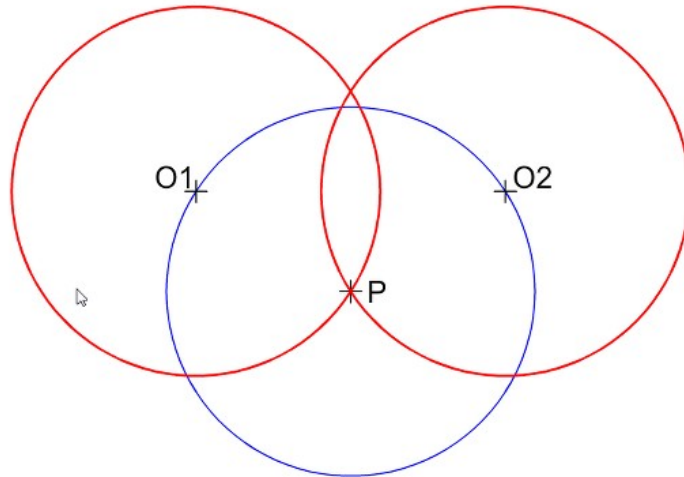
las circunferencias de radio R que pasan por un punto exterior P, tienen sus centros en algunos de los puntos de la circunferencia auxiliar de centro P y radio R.

1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad



## 2ª Propiedad

### SEGUNDA PROPIEDAD:

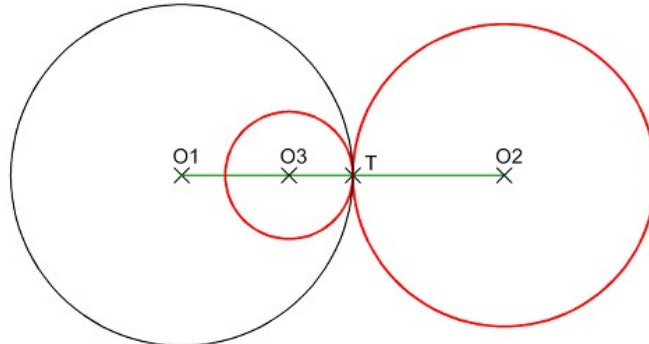
cuando dos circunferencias (exteriores o interiores) son tangentes sus centros y el punto de tangencia están alineados.

1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad



## 3ª Propiedad

### TERCERA PROPIEDAD:

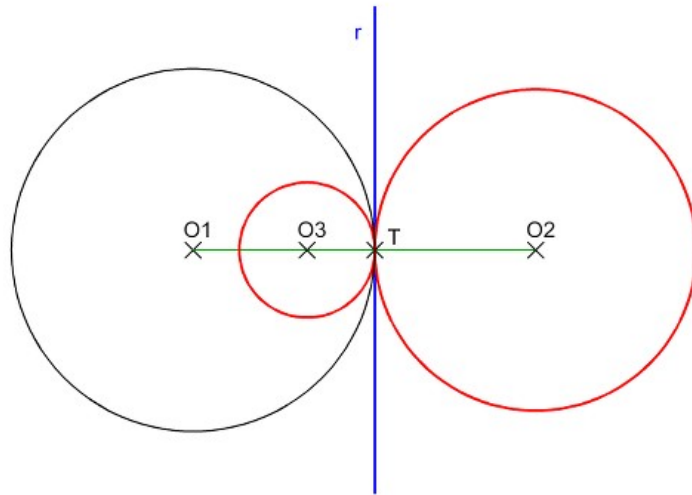
cuando dos circunferencias (exteriores o interiores) son tangentes, por el punto de tangencia pasa una recta perpendicular a la recta que une a sus centros.

1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad



### 4ª Propiedad

#### CUARTA PROPIEDAD

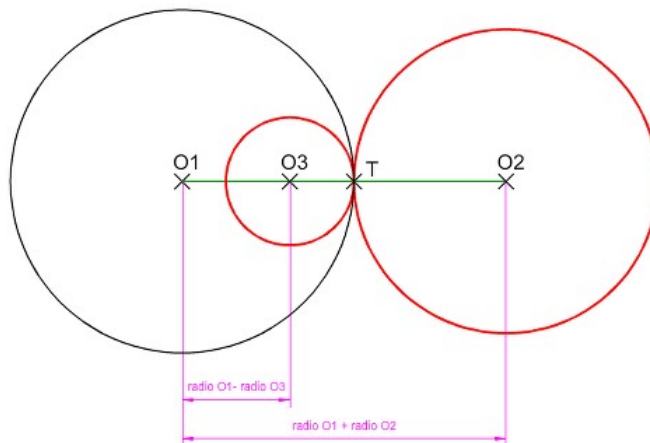
cuando dos circunferencias (exteriores o interiores) son tangentes, la distancia entre los centros es igual a la suma (exteriores) o la diferencia (interiores) de sus radios correspondientes.

1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad



**Importante**

La recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio correspondiente por el punto de tangencia.

---

## MÉTODOS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE TANGENCIAS:

Los problemas de tangencias se pueden resolver aplicando distintos métodos, de mayor o menor complejidad.

- **Analítico:** consiste en reducir las condiciones dadas a otras que lleven a un problema ya resuelto, se dibuja una figura de análisis proporcional a la dada y se buscan y encuentran las propiedades que se exigen en su trazado. El procedimiento más aplicado en estos métodos es el de dilatación-contracción, que consiste en plantear el ejercicio de forma que se pueda encontrar una solución análoga; un ejemplo es cuando se reducen los datos planteados sumándolos o restándolos.
- **Lugares Geométricos:** consiste en aplicar los lugares geométricos que a menudo definen la posición de los centros de las circunferencias tangentes: arco capaz, circunferencias tangentes, rectas paralelas, etc.
- **Homotecia:** el problema se transforma en otro. primero se estudia si es conveniente aplicar este método, si es así se transforma y una vez resuelto dicho problema, con los datos transformados, se aplica la homotecia inversa para que los datos transformados se conviertan en la solución pedida.
- **Potencia e Inversión:** son transformaciones geométricas semejantes a la homotecia que permiten resolver problemas de tangencias complejos, pues no tiene solución aplicando los métodos anteriores.

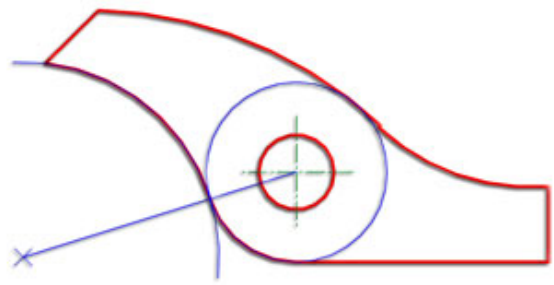
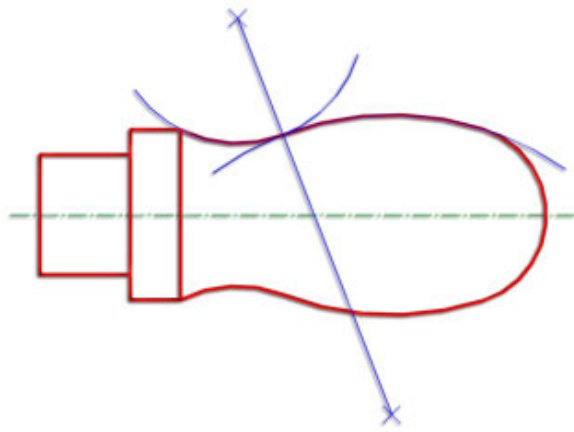


### Importante

---

Una figura de análisis que contenga los datos del problema te permitirá conocer el número de soluciones posibles y el método de resolución a aplicar.

---

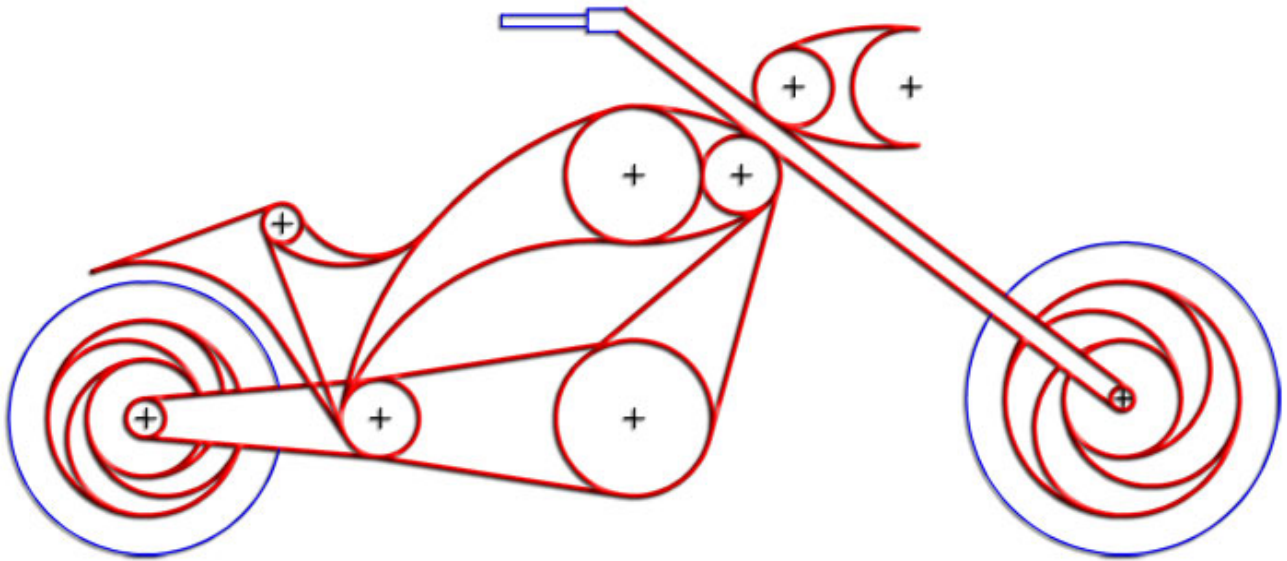


## CLASIFICACIÓN:

- **TANGENCIAS ENTRE RECTA Y CIRCUNFERENCIA:** estudiaremos las condiciones que se deben dar para que una recta y una circunferencia sean tangentes y los datos que se ofrecen para poder resolver los distintos problemas que se presenten.
- **TANGENCIAS ENTRE CIRCUNFERENCIAS:** se exponen las condiciones que deben cumplir dos o más circunferencias para que sean tangentes entre sí, además de los datos que se deben de ofrecer para poder resolver este tipo de problemas.
- **TANGENCIAS ENTRE RECTAS Y CIRCUNFERENCIAS:** en este apartado se desarrollan las condiciones que deben cumplir varias rectas y circunferencias para ser tangentes entre sí. Los ejercicios son más complejos, puesto que intervienen más elementos.

## 2. Tangencias

---



En este apartado aprenderás los conceptos y procedimientos que te permitirán resolver problemas de tangencias entre circunferencias y entre rectas y circunferencias.

En la imagen superior tienes un diseño de motocicleta realizado mediante tangencias. En los apartados siguientes tomaremos como ejemplo este diseño para ir mostrando los distintos tipos de tangencias que podemos construir.



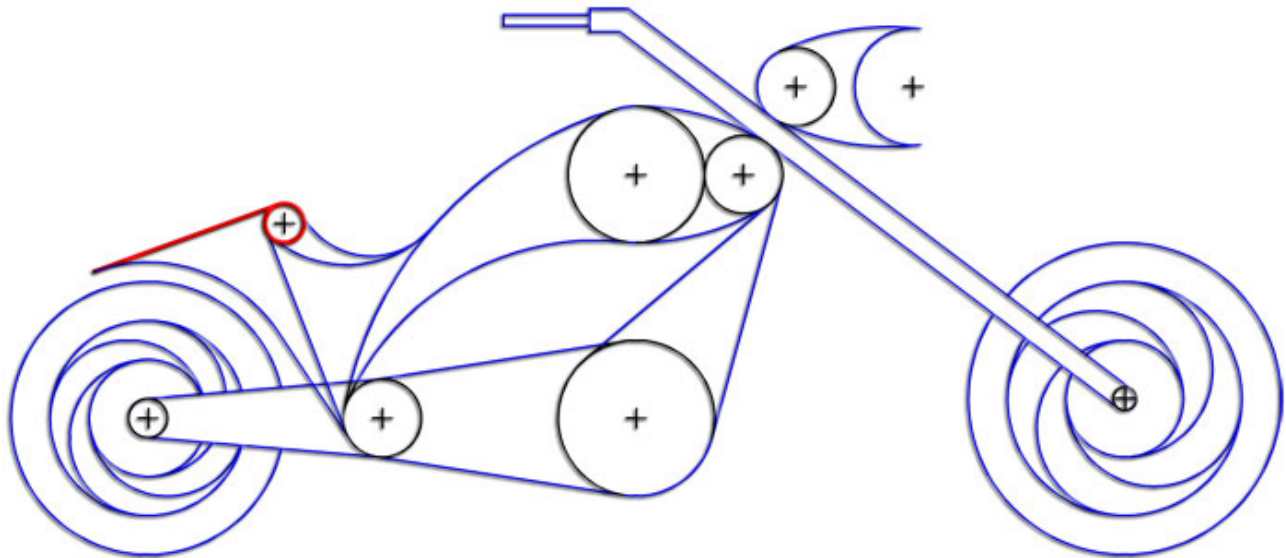
### Importante

En la construcción de tangencias y enlaces debes trabajar con la máxima precisión para poder determinar los puntos de tangencia y realizar de manera correcta la unión de las líneas. Por esto, es imprescindible que prepares y manejes los utensilios de dibujo de manera correcta.

---

## 2.1. Entre recta y circunferencia

---



### Importante

Recuerda que cuando una recta y una circunferencia son tangentes entre sí, un radio de dicha circunferencia es perpendicular a la recta tangente por el punto de tangencia.

---

#### RECTA TANGENTE A UNA CIRCUNFERENCIA.

- **Desde un punto exterior:** lo puedes resolver aplicando los lugares geométricos, arco capaz de  $90^\circ$ .

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/AiqaBAu9CHU](https://www.youtube.com/embed/AiqaBAu9CHU)

*Rectas tangentes a una circunferencia pasando por un punto exterior.*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- **Por un punto de la curva:** se resuelve aplicando la primera propiedad de las tangencias entre recta y circunferencia.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/arWuQU1s2S0](https://www.youtube.com/embed/arWuQU1s2S0)

*Recta tangente a una circunferencia conocido el punto T de tangencia (Tangencias)*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- **Paralela a una dirección dada:** se resuelve aplicando las propiedades primera y quinta de las tangencias entre recta y circunferencia.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/-EIXyd0NY\\_Q](https://www.youtube.com/embed/-EIXyd0NY_Q)

*Rectas tangentes a una circunferencia y paralelas a una recta dada (Tangencias)*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

## CIRCUNFERENCIA TANGENTE A UNA RECTA:

- **Conocido el punto de tangencia en la recta y el radio de tangencia:** se resuelve aplicando la segunda propiedad de las tangencias entre recta y circunferencia.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/FJoo9Muq4A](https://www.youtube.com/embed/FJoo9Muq4A)

*Circunferencia tangente a una recta por un punto y conocido el radio*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- **Conocido el radio de tangencia y que pase por un punto exterior:** se resuelve aplicando la segunda propiedad de las tangencias entre recta y circunferencia.

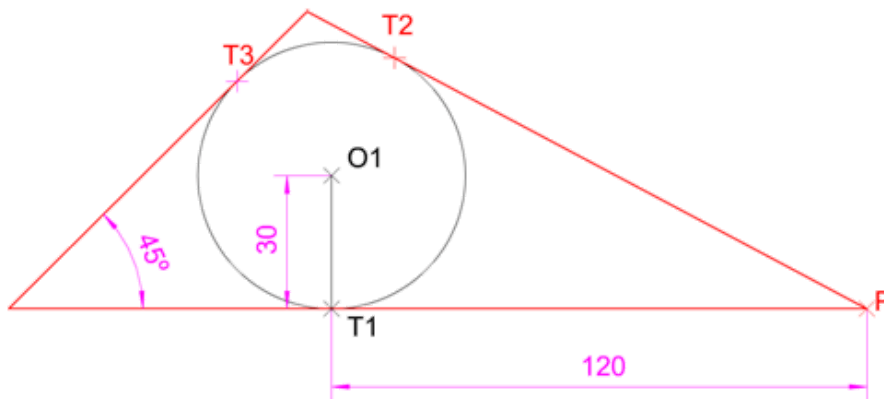
[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/nmw5fH0N1TQ](https://www.youtube.com/embed/nmw5fH0N1TQ)

*Circunferencia tangente a una recta, conociendo su radio y un punto de ella.*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)



## Caso práctico



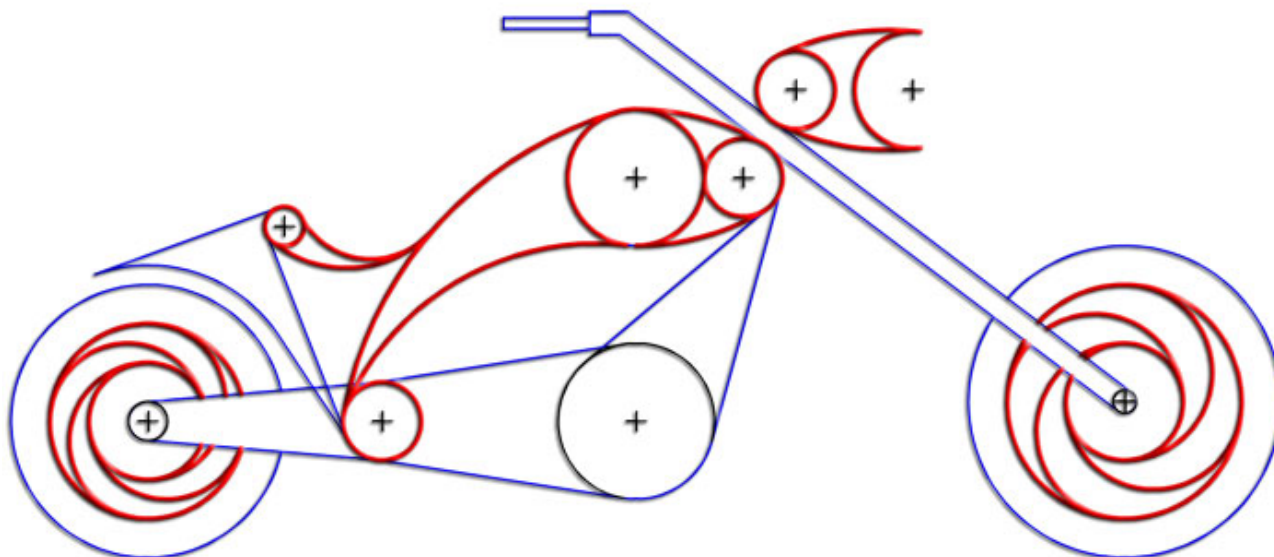
Dibuja el triángulo representado en la imagen superior, dimensiones en milímetros, empleando los conceptos y procedimientos de las tangencias entre recta y circunferencia.

¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir.

## 2.2. Entre circunferencias

---



### Importante

---

Recuerda que cuando dos circunferencias son tangentes entre sí sus centros están alineados con el punto de tangencia.

---

#### ENTRE DOS CIRCUNFERENCIAS:

- **Conocido el radio y el punto de tangencia:** dos posibilidades una interior y otra exterior. Se resuelve aplicando las propiedades segunda y cuarta de las tangencias entre circunferencias.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/aVzaa4e5Cao](https://www.youtube.com/embed/aVzaa4e5Cao)

*Circunferencias tangentes a otra, conociendo el punto de tangencia y el radio (Tangencias).*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- **Conocido el punto de tangencia y que pase por un punto exterior:** se resuelve aplicando las propiedades primera, segunda y cuarta de las tangencias entre circunferencias.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/AmrK12Jl5d4](https://www.youtube.com/embed/AmrK12Jl5d4)

*Circunferencia tangente exterior a otra, conocido el radio y un punto de ella.*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

**ENTRE CIRCUNFERENCIAS:** dos soluciones siendo una interior y otra exterior, ambas concéntricas.



- **Circunferencias tangentes a tres dadas de igual radio:** las tres rectas configuran un triángulo, por tanto, este problema se resuelve determinando su circuncentro.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/Ze8HvjT9DRY](https://www.youtube.com/embed/Ze8HvjT9DRY)

*Circunferencias concéntricas tangentes a 3 circunferencias dadas de igual radio.*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- **Circunferencias tangentes a dos dadas conocido el punto de tangencia en una de ellas:** se resuelve aplicado homotecia.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/lZJ6OLOFQjs](https://www.youtube.com/embed/lZJ6OLOFQjs)

*DT1 U2 T3 Apdo. 2.2: Circunferencias tangentes a otras dos*

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **Circunferencias tangentes a otras dos conociendo su radio**

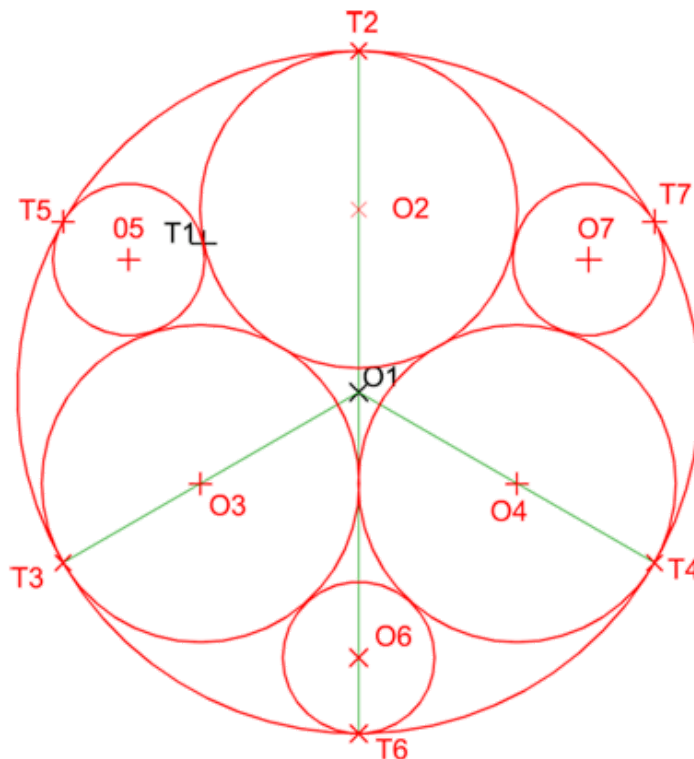
[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/lJnz7uxdwBk](https://www.youtube.com/embed/lJnz7uxdwBk)

*Circunferencias tangentes a otras dos conociendo su radio (Tangencias)*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)



## Caso práctico



Dibuja la pieza representada en la imagen superior, usando esta [plantilla](#) >> [Documento de descarga](#), empleando los conceptos y procedimientos de las tangencias entre circunferencias.

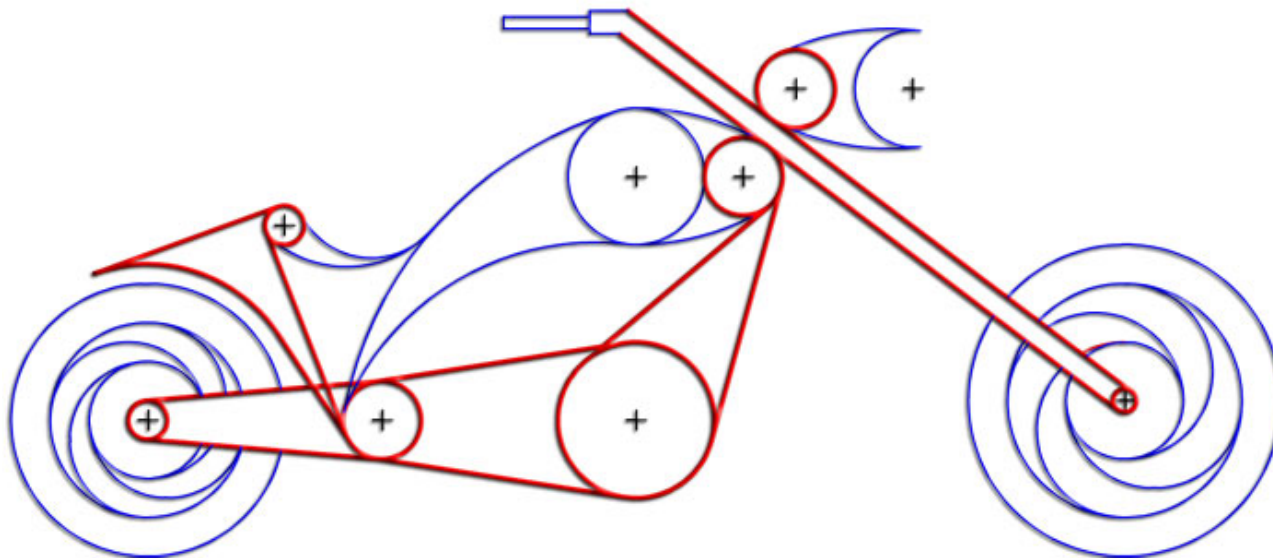
¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir.

---

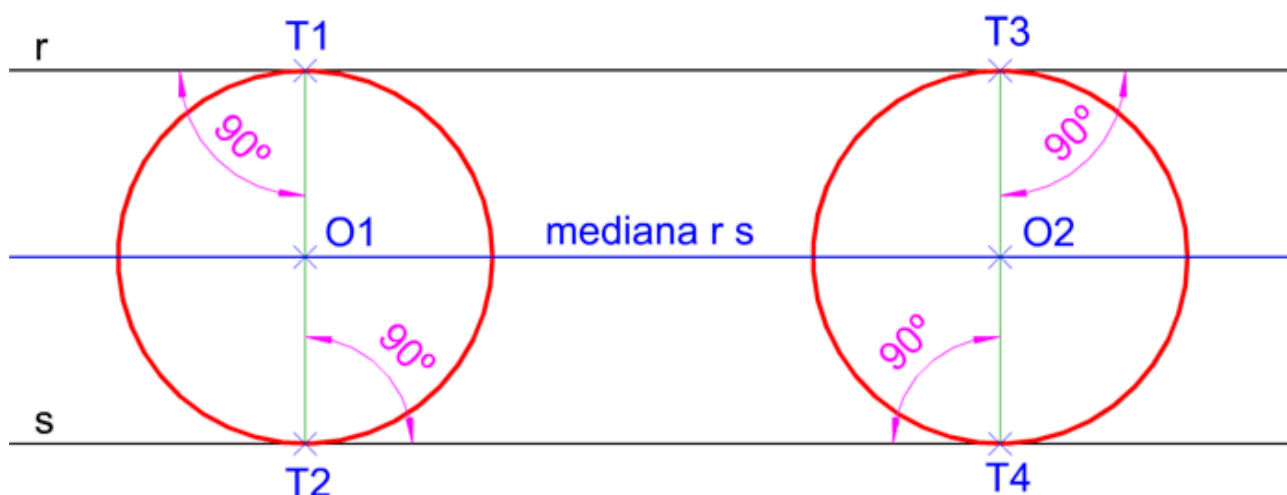
## 2.3. Entre circunferencias y rectas

---



### Importante

Las tangencias entre rectas y circunferencias generalmente se resuelven aplicando el método de los lugares geométricos: paralelas y circunferencias concéntricas.



En la imagen superior puedes ver rectas tangentes exteriores a dos circunferencias dadas de igual radio, observa como dichas rectas son paralelas entre sí.

### RECTAS TANGENTES A DOS CIRCUNFERENCIAS DADAS:

- **Exteriores:** se resuelve mediante el método analítico, aplicando el procedimiento de dilatación-contracción, se **suman** los radios.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/efFeQ5ypsTA](https://www.youtube.com/embed/efFeQ5ypsTA)

*Trazar las rectas tangentes exteriores a dos circunferencias (Tangencias).*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- **Interiores:** se resuelve mediante el método analítico, aplicando el procedimiento de dilatación-contracción, se **restan** los radios.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/xb9cPiZCzUE](https://www.youtube.com/embed/xb9cPiZCzUE)

*Trazar las rectas tangentes interiores a dos circunferencias (Tangencias).*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- **Aplicando homotecia:** directa (positiva) e inversa (negativa). Debes aplicar la tercera propiedad de las tangencias entre recta y circunferencia.

Tangentes Exteriores:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/offAkLYpODc](https://www.youtube.com/embed/offAkLYpODc)

*Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias mediante homotecia. (Tangencias)*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

Tangentes Interiores:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/bpNgxhfBvQg](https://www.youtube.com/embed/bpNgxhfBvQg)

*Rectas tangentes interiores a dos circunferencias mediante homotecia. (Tangencias)*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

## CIRCUNFERENCIAS TANGENTES A RECTAS:

- **Tangente a dos rectas que se cortan dado el punto de tangencia:** se resuelve aplicando la cuarta propiedad de las tangencias entre recta y circunferencia. Método de los lugares geométricos.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/i461SAc3Ucc](https://www.youtube.com/embed/i461SAc3Ucc)

*Circunferencias tangentes a dos rectas que se cortan pasando por un punto.*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- **Circunferencia tangente interior a tres rectas que se cortan:** como las tres rectas conforman un triángulo este problema se resuelve determinando el incentro de dicho polígono, ya que la circunferencia es inscrita. Debes aplicar la cuarta propiedad de las tangencias entre recta y circunferencia. Método de los lugares geométricos.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/CxVqyFqSzzw](https://www.youtube.com/embed/CxVqyFqSzzw)

• **Circunferencias tangentes exteriores a tres rectas que se cruzan**

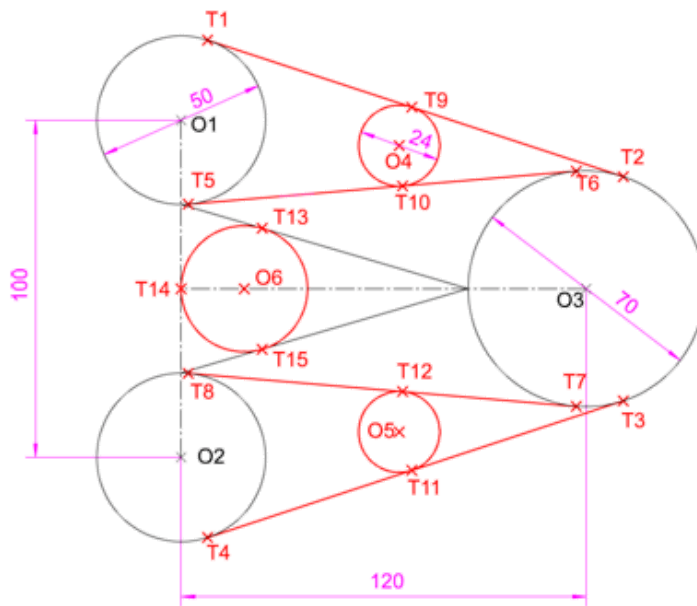
[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/DEic70QBK9Q](https://www.youtube.com/embed/DEic70QBK9Q)

*Circunferencias tangentes a tres rectas que se cruzan formando un triángulo.*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)



## Caso práctico



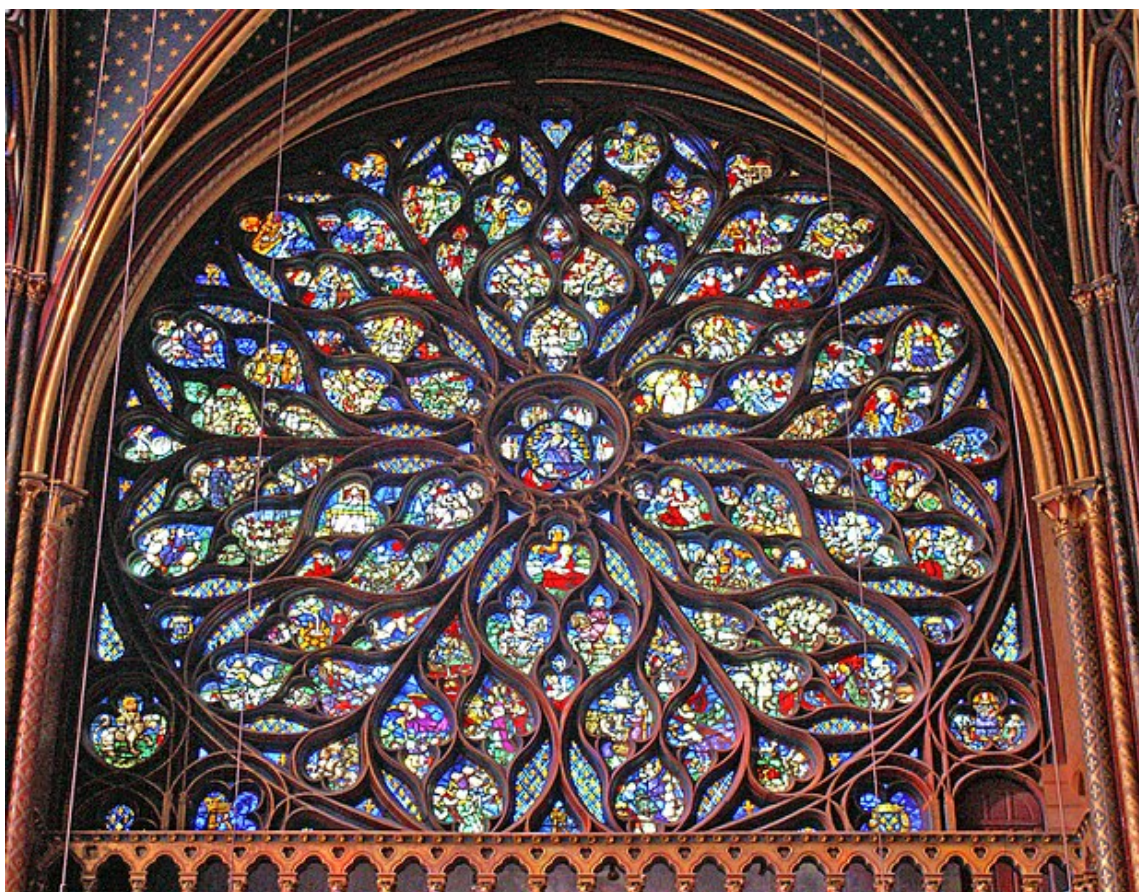
Dibuja a escala 1:1 la pieza representada en la imagen superior, dimensiones en milímetros, empleando los conceptos y procedimientos de las tangencias entre rectas y circunferencias.

¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir.

### 3. Enlaces: la armonía de las tangencias

---



*Rosetón de la Sainte Chapelle de París*  
Imagen de Didier B en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

La construcción de tangencias tiene su aplicación en los campos de la técnica y de las artes plásticas. Cuando realizamos un diseño de cualquier tipo, normalmente, debemos aplicar en su desarrollo distintos casos de tangencias (entre circunferencias y rectas y entre circunferencias). En las obras arquitectónicas de todas las épocas puedes encontrar con frecuencia casos de enlaces (tangencias). Un ejemplo lo tienes en la imagen superior, el rosetón de la *Sainte Chapelle* de París.



#### Importante

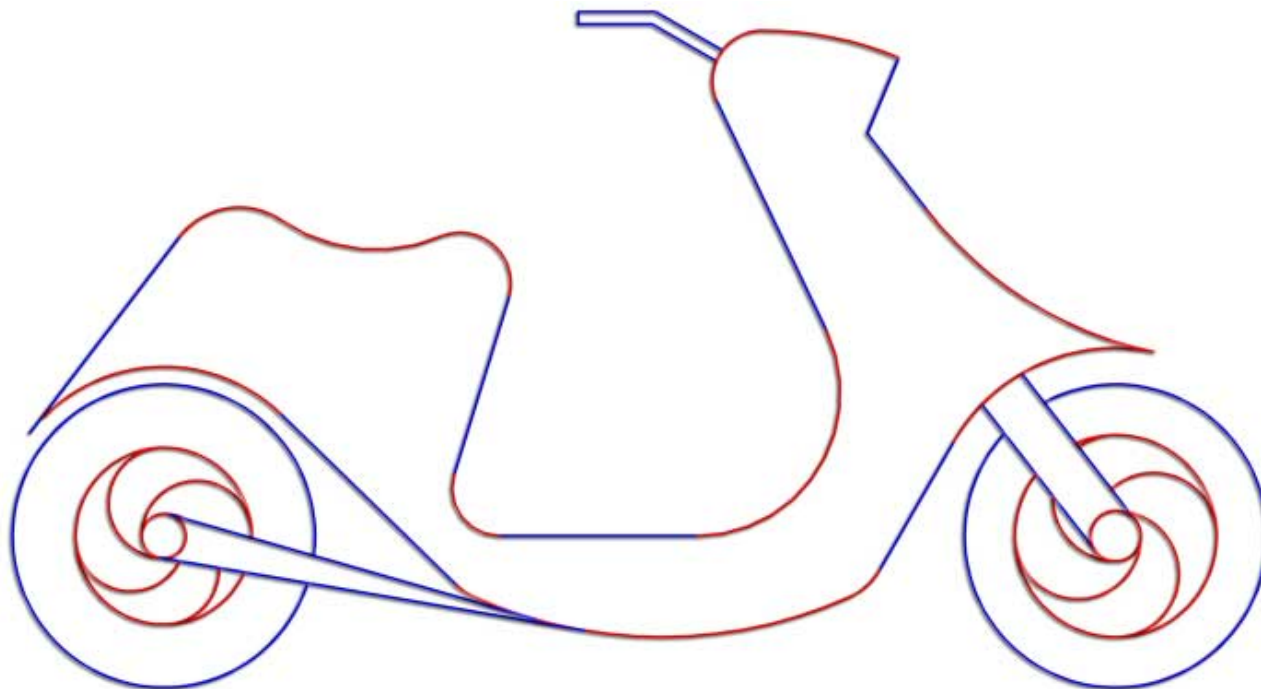
---

En este apartado aplicarás los conceptos y procedimientos, desarrollados en los apartados anteriores sobre tangencias, que te permitirán resolver problemas de enlace entre circunferencias y entre rectas y circunferencias.

---

## 3.1. Generalidades

---



**DEFINICIÓN:** es la unión armónica de dos o más líneas, curvas o rectas, de forma que parezcan una línea continua.



### Importante

---

El enlace de rectas y circunferencias se realiza mediante arcos, llamados **arcos de enlace**.

---

Para realizar un enlace debes seguir los siguientes pasos:

1. Resuelve el problema de tangencia, determinando los puntos de tangencia.
2. Dibuja el arco de enlace entre los puntos de tangencia de forma continua y uniforme.

**NOMENCLATURA:** para resolver los problemas de enlaces usaremos la siguiente nomenclatura simplificada para nombrar los distintos elementos que intervienen en todo enlace usando las siguientes letras:

- **O** = centro de circunferencia.
- **C** = circunferencia.
- **r** = recta (**s, t, m, ...**)
- **R** = radio.
- **P** = punto.
- **E** = punto de enlace (**E1, E2, E3, ...**)

**CLASIFICACIÓN:**

- **Enlaces abiertos:** son curvas tangentes a rectas u otras curvas, deducidas de circunferencias tangentes, cuyos extremos no son comunes.
- **Enlaces cerrados:** comienzan y terminan en un mismo punto. los óvalos y ovoides pertenecen a este grupo de enlaces.

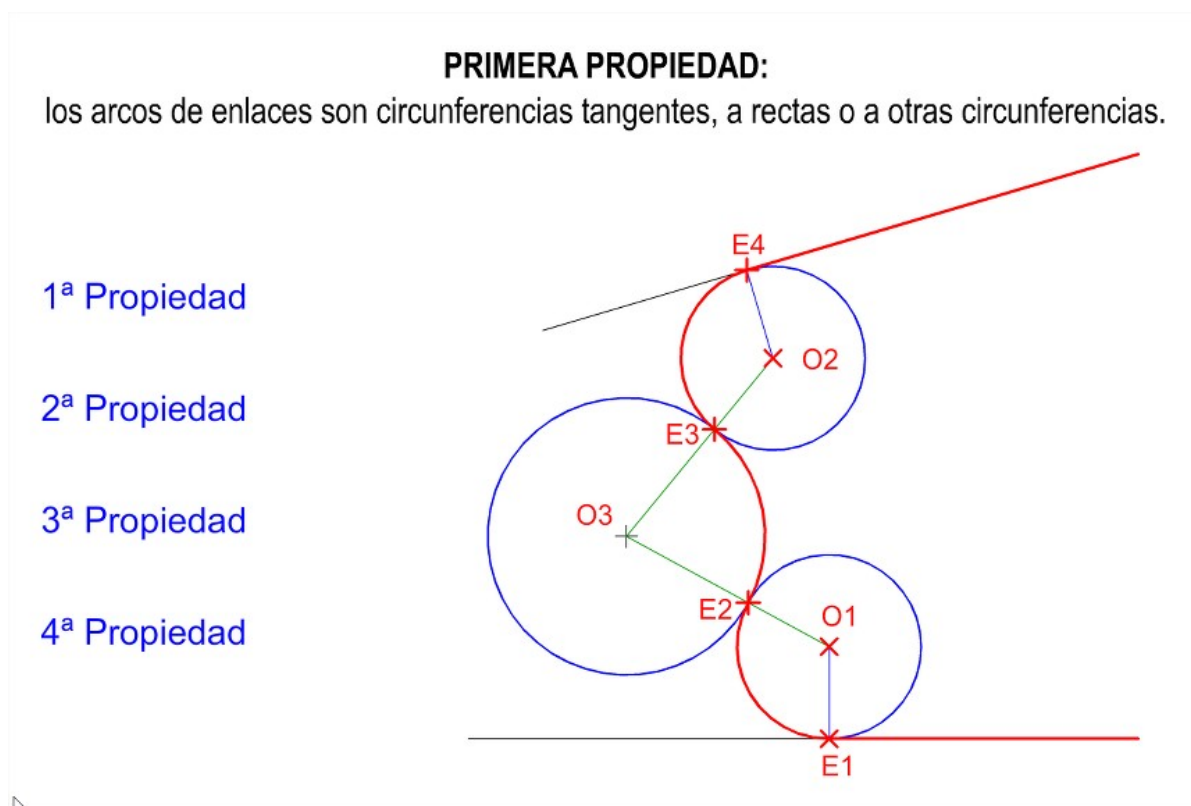


## Importante

En este tema vamos a desarrollar solamente los **enlaces abiertos**.

### PROPIEDADES DE LOS ENLACES ABIERTOS:

#### 1ª Propiedad



#### 2ª Propiedad

**SEGUNDA PROPIEDAD:**



### SEGUNDA PROPIEDAD:

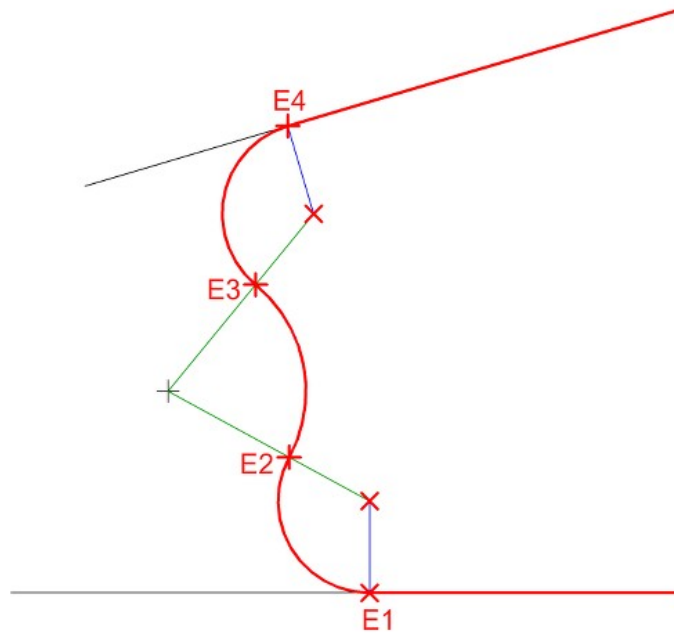
los enlaces se producen por su puntos de tangencia (enlace).

1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad



### 3ª Propiedad

### TERCERA PROPIEDAD:

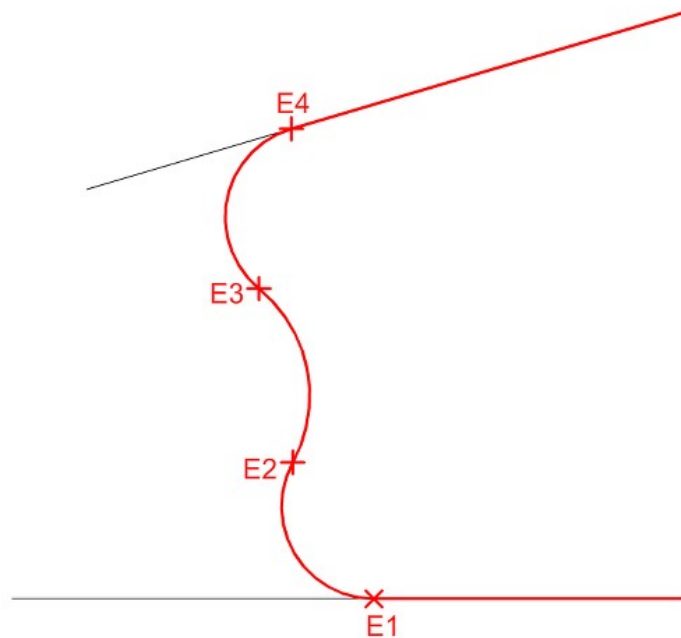
los enlaces son fragmentos de curvas independientes, deducidas de otras curvas.

1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad



### 4ª Propiedad

## CUARTA PROPIEDAD

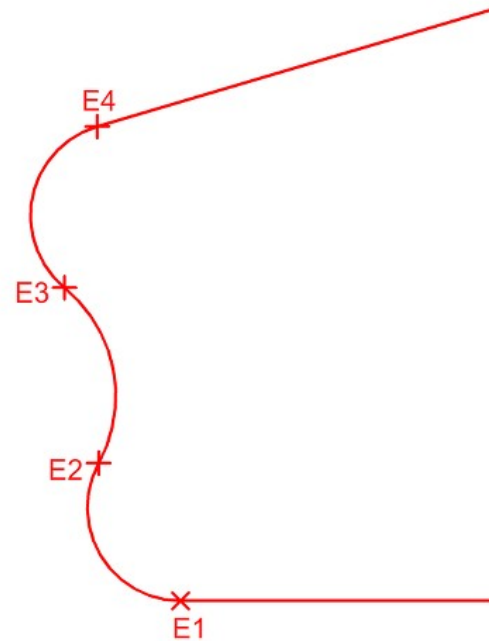
el resultado final de un enlace es una línea continua trazada de manera armónica.

1ª Propiedad

2ª Propiedad

3ª Propiedad

4ª Propiedad



**ENLAZAR CONSECUTIVAMENTE UNA SERIE DE PUNTOS NO ALINEADOS:** es necesario partir de unos datos ya establecidos, un arco y su centro.

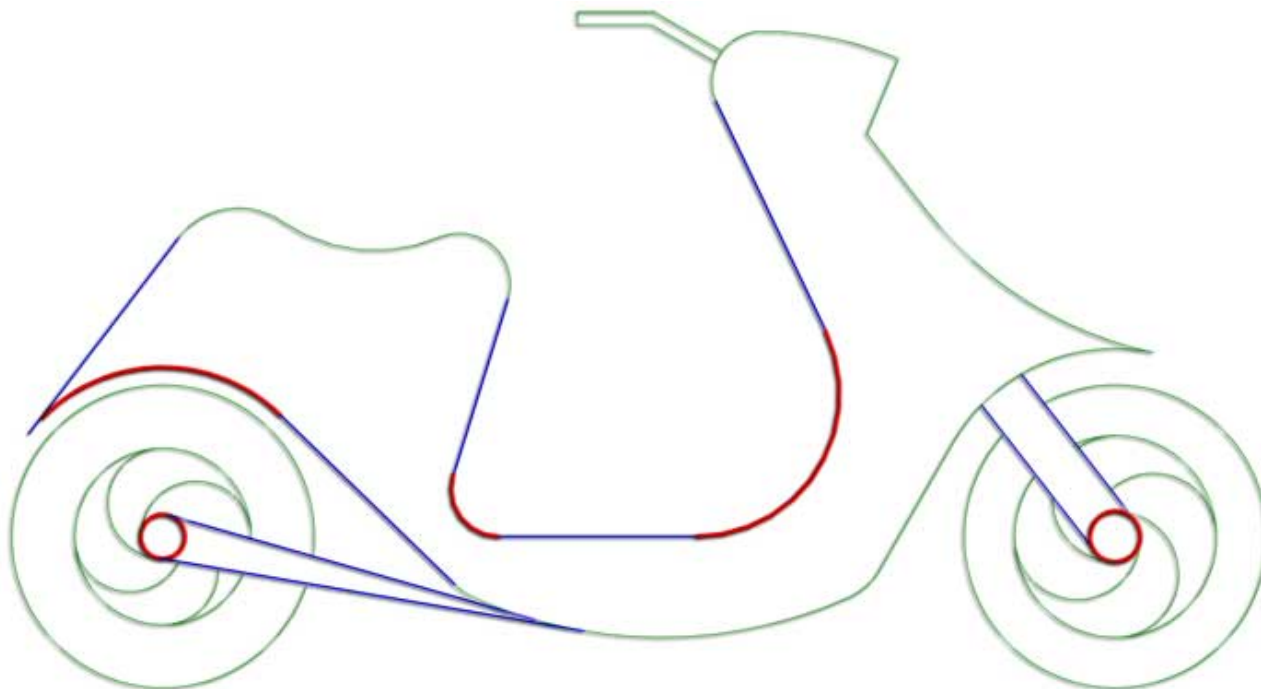
[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/SFu7LyArJ58](https://www.youtube.com/embed/SFu7LyArJ58)

*Enlace consecutivo de puntos con arcos de circunferencia (Línea poligonal).*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

## 3.2. Enlaces de rectas

---



### Importante

En este apartado vas a aplicar los conceptos y procedimientos adquiridos en el apartado 2.3 "circunferencias tangentes a rectas". Como el vértice de las rectas concurrentes dadas es inaccesible te recomendamos que, para ahorrar trazados, no dibujes la bisectriz.

---

#### ENLACE DE RECTAS PARALELAS:

- **Conocidos los puntos de enlace:**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/spCPmdP04F0](https://www.youtube.com/embed/spCPmdP04F0)

*Enlazar dos rectas paralelas con arcos de igual radio (conocidos los puntos de tangencia).*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- **Dado el radio de enlace y los puntos de enlace.**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/FNCjYSSf1wg](https://www.youtube.com/embed/FNCjYSSf1wg)

*DT1 U2 T3 Apdo. 3.2: Enlace entre rectas paralelas*

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **Por 2 puntos con arcos del mismo sentido, pero distinto radio**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/fVwX0XmJbRI](https://www.youtube.com/embed/fVwX0XmJbRI)

*Enlace de 2 rectas paralelas por 2 puntos con arcos del mismo sentido, pero distinto radio.*  
Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

## ENLACE DE DOS RECTAS QUE SE CORTAN

- Conociendo un punto de enlace en una de ellas

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/sWSKey@YP6o](https://www.youtube.com/embed/sWSKey@YP6o)

*Enlazar dos rectas que se cortan conociendo un punto de enlace en una de ellas.*  
Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

## ENLACES DE RECTAS CONCURRENTES:

- Conocido el radio de enlace.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/C\\_Em@Z6AxrU](https://www.youtube.com/embed/C_Em@Z6AxrU)

*DT1 U2 T3 Apdo. 3.2: Enlace entre rectas concurrentes 1*  
Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **Dados un radio de enlace y los puntos de enlace:** dos soluciones arcos de enlace interiores y exteriores.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/iPIc-hZoDuE](https://www.youtube.com/embed/iPIc-hZoDuE)

*DT1 U2 T3 Apdo. 3.2: Enlace entre rectas concurrentes 2*  
Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)



## Curiosidad



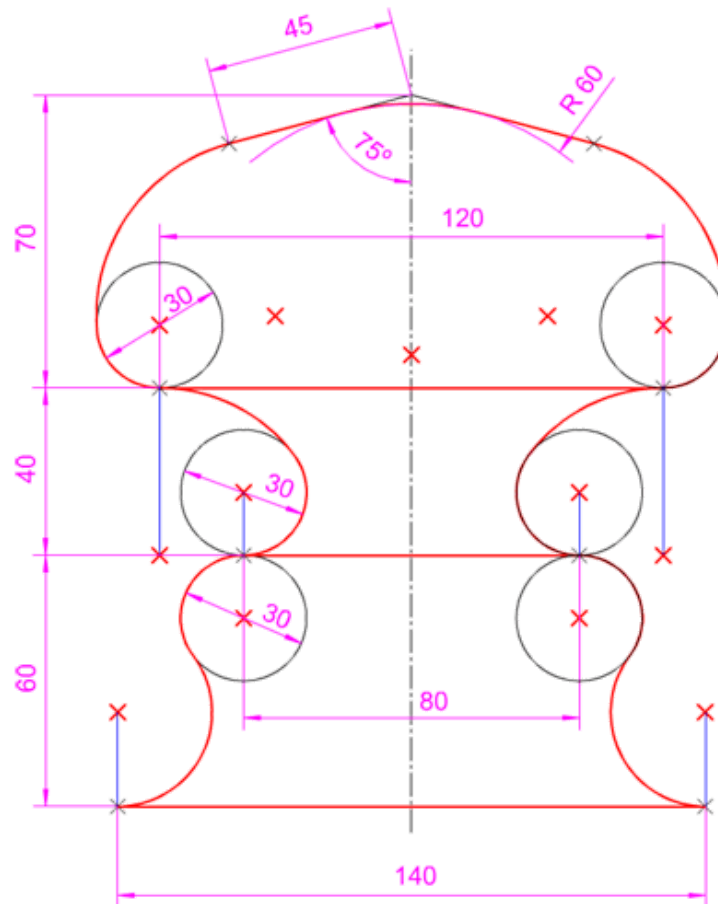
*Acueducto de los Milagros, Mérida*

Imagen de Lorenzo Vallés en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

En el diseño de los acueductos los ingenieros romanos empleaban arcos que enlazaban los pilares a distintas alturas, que permitían salvar los desniveles del terreno. En la foto superior tienes un ejemplo, el acueducto romano de Mérida, popularmente conocido como de "los milagros" por mantenerse en pie después de tantos siglos.



## Caso práctico



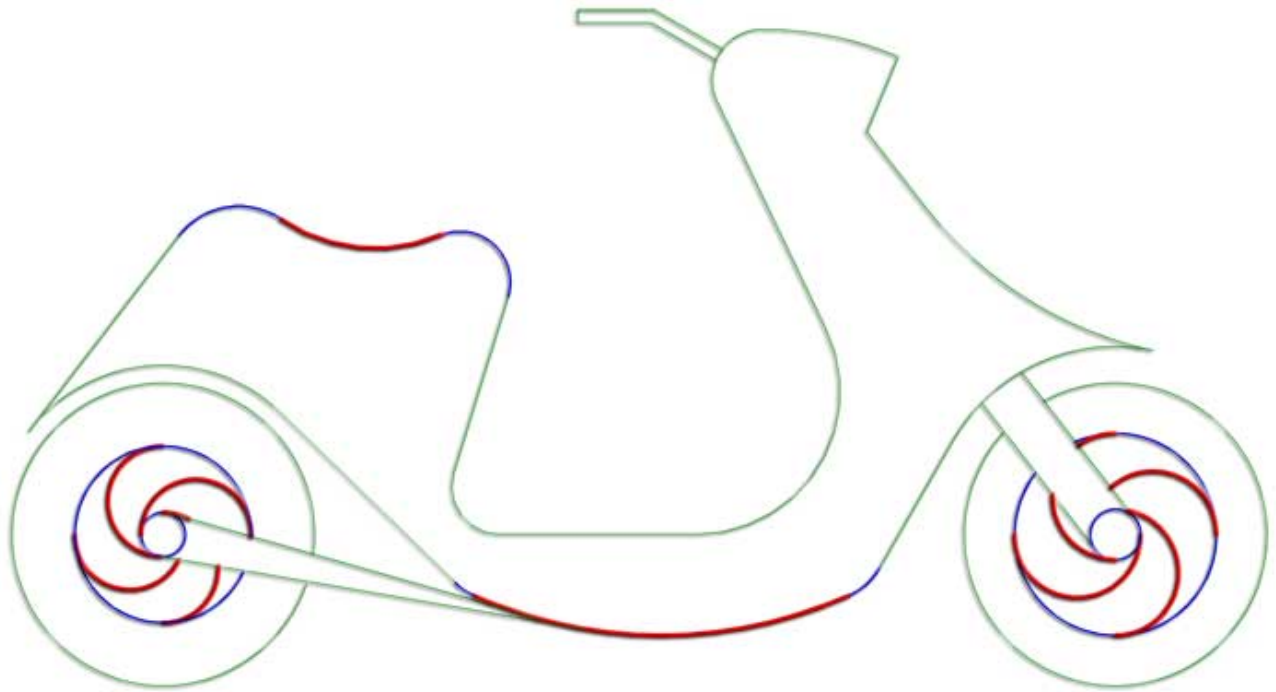
Dibuja la pieza representada en la imagen superior a escala 1/1 empleando los conceptos y procedimientos de las tangencias y enlaces, interiores y exteriores, entre rectas.

¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir.

### 3.3. Enlaces de circunferencias

---



#### Importante

En este apartado vas a aplicar los conceptos y procedimientos adquiridos en el apartado 2.2 "circunferencias tangentes entre sí". los arcos de enlace serán interiores y exteriores.

---

#### ENLACE DE DOS CIRCUNFERENCIAS DADAS:

- Dado el radio de enlace exterior:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/IJnz7uxdwBk](https://www.youtube.com/embed/IJnz7uxdwBk)

*Circunferencias tangentes a otras dos conociendo su radio (Tangencias)*

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- Dado el radio de enlace interior:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/l1NOxPTZ-s8](https://www.youtube.com/embed/l1NOxPTZ-s8)

*DT1 U2 T3 Apdo. 3.3: Enlace entre circunferencias*

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)



#### Curiosidad

---



*Rosetón de la Catedral de León*

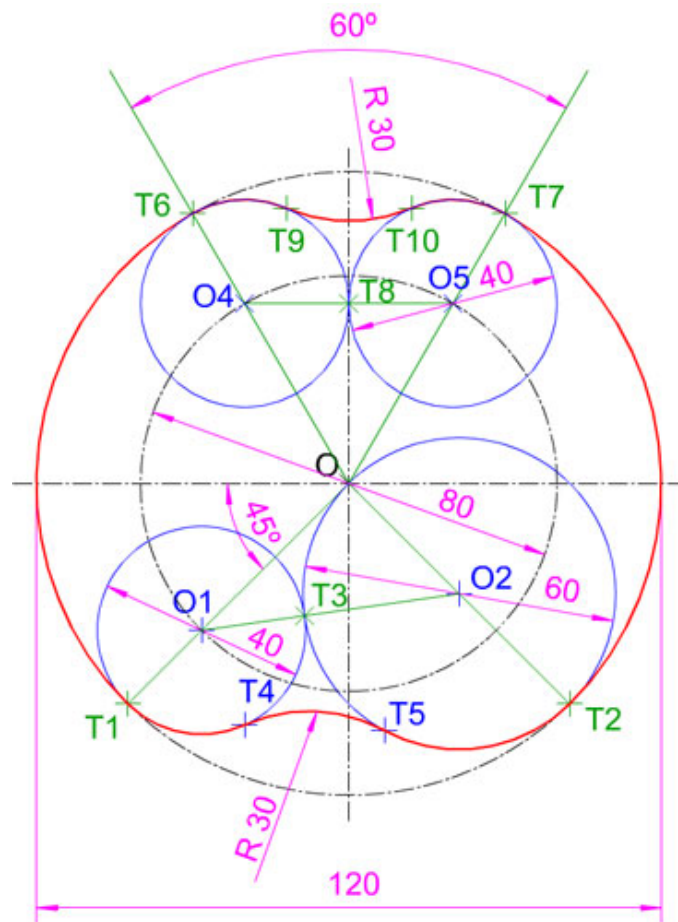
Imagen de Turul Jones en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

La aplicación de los enlaces y tangencias en el diseño de los rosetones, no solamente facilitaba la sujeción de las vidrieras, también permitía que éstas fueran cada vez de mayor tamaño.

---



## Caso práctico



Dibuja la pieza representada en la imagen superior a escala 1/1 empleando los conceptos y procedimientos de las tangencias y enlaces, interiores y exteriores, entre circunferencias

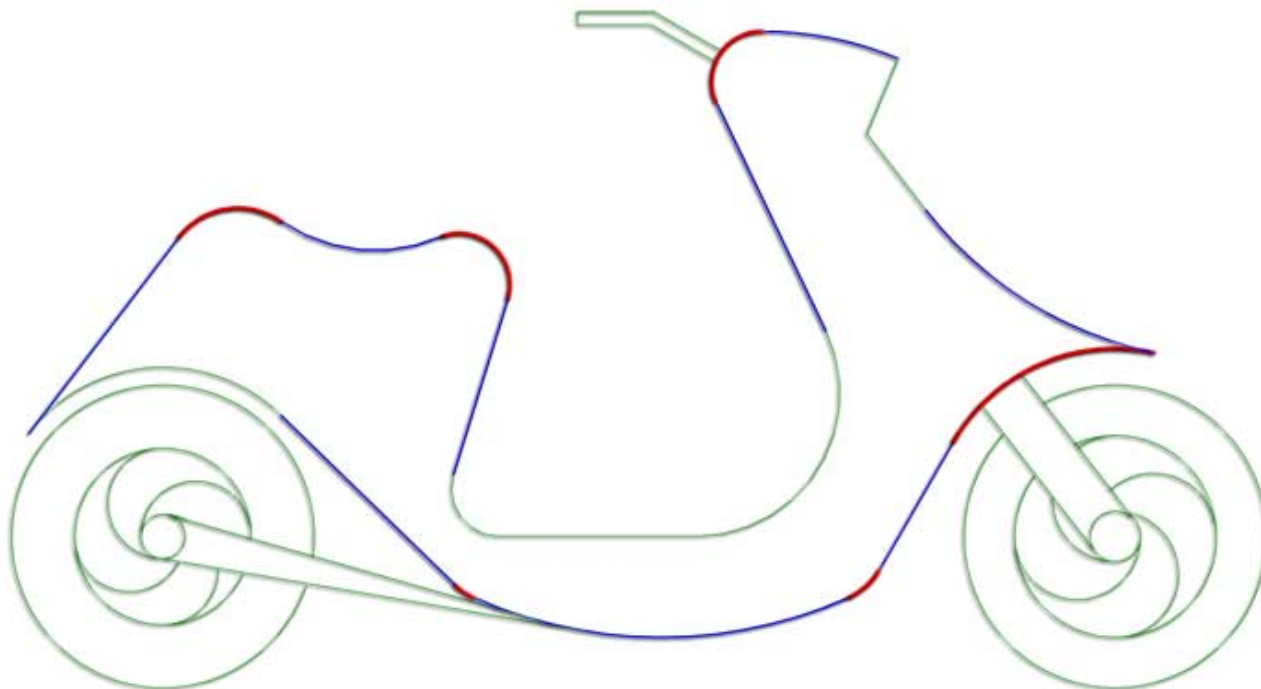
¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir.



## 3.4. Enlaces de recta y circunferencia

---



### Importante

Estos enlaces se resuelven aplicando el método de los lugares geométricos: paralelas y circunferencias concéntricas.

---

#### ENLACE DE UNA RECTA Y UNA CIRCUNFERENCIA.

- **Dado el punto de enlace en la recta:** hay dos posibilidades, que el arco de enlace sea exterior o que sea interior.

##### Arco de enlace exterior

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/q0JtuNO8bmw](https://www.youtube.com/embed/q0JtuNO8bmw)

*Enlace de circunferencia y recta dado el punto de tangencia de la recta*  
Video de Arturo Geometría alojado en [Youtube](#)

##### Arco de enlace interior

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/CYy\\_nH\\_G5Xk](https://www.youtube.com/embed/CYy_nH_G5Xk)

*DT1 U2 T3 Apdo. 3.4: Enlace entre recta y circunferencia*  
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **Conocido el punto de enlace en la circunferencia:** hay dos posibilidades, que el arco de enlace sea exterior o que sea interior.

### Arco de enlace exterior

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/Qefr6QwxTCo](https://www.youtube.com/embed/Qefr6QwxTCo)

*Circunferencia tangente a una recta y a otra circunferencia en un punto de tangencia dado - PRC*

Video de Arturo Geometría alojado en [Youtube](#)

### Arco de enlace interior

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/idH7AsjnL4Q](https://www.youtube.com/embed/idH7AsjnL4Q)

*DT1 U2 T3 Apdo. 3.4: Enlace entre recta y circunferencia 2*

Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **Conocido el radio de enlace:** hay dos posibilidades, que el arco de enlace sea exterior o que sea interior.

### Arco de enlace exterior

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/uNoOKQeOrrU](https://www.youtube.com/embed/uNoOKQeOrrU)

*DT1 U2 T3 Apdo. 3.4: Enlace entre recta y circunferencia 3*

Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

### Arco de enlace interior

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/HNfp6dJSEBg](https://www.youtube.com/embed/HNfp6dJSEBg)

*DT1 U2 T3 Apdo. 3.4: Enlace entre recta y circunferencia 4*

Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)



**Curiosidad**



*Farola del Palacio Real de Aranjuez*

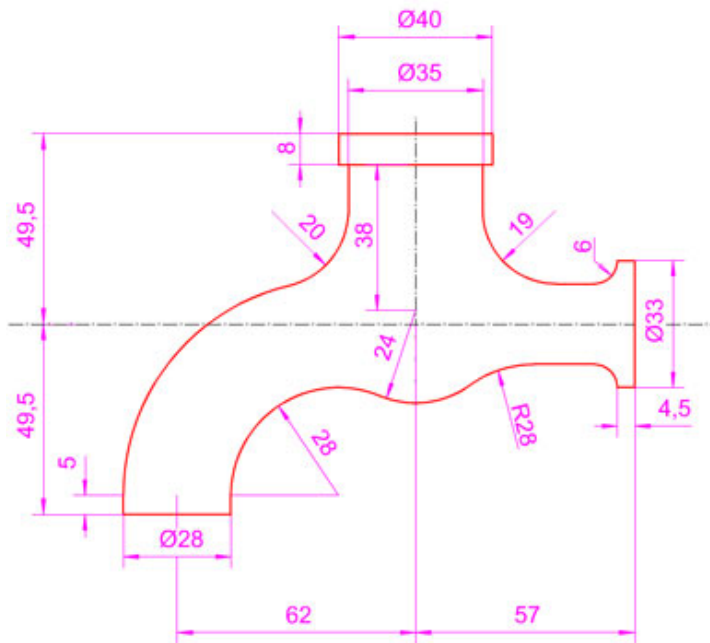
Imagen de Ángel Serrano Sánchez de León en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

Mediante enlaces no sólo se pueden unir distintos elementos, también se le puede dotar al diseño de todo el conjunto de cierta armonía y belleza.

En la imagen superior tienes un claro ejemplo en estas farolas de estilo Fernandino, en el Palacio Real de Aranjuez.



## Caso práctico



Dibuja la pieza representada en la imagen superior a escala 1/1 empleando los conceptos y procedimientos de las tangencias y enlaces entre rectas y circunferencias.

¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir.

## 3.5. Molduras

---



*Basa de columna en la Acrópolis de Atenas*  
Imagen de Jean Housen en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

El dibujo de molduras se ha empleado desde la antigüedad clásica, el arte renacentista y en el diseño actual (arquitectura, carpintería e industria).

Su trazado está basado en los enlaces, como resultado de la aplicación de tangencias entre circunferencias y en algunos casos entre circunferencia y recta.

La base de las columnas griegas y romanas (arriba) son un buen ejemplo del uso de molduras.

**DEFINICIÓN:** son las partes que sobresalen de las superficies planas de una obra arquitectónica, de carpintería, o de cualquier otra obra de arte. Su uso tiene como objetivo la decoración y la ornamentación de dichas obras, reforzando además su estructura.

### TIPOS:

- **Molduras realizadas mediante un sólo arco de enlace:**

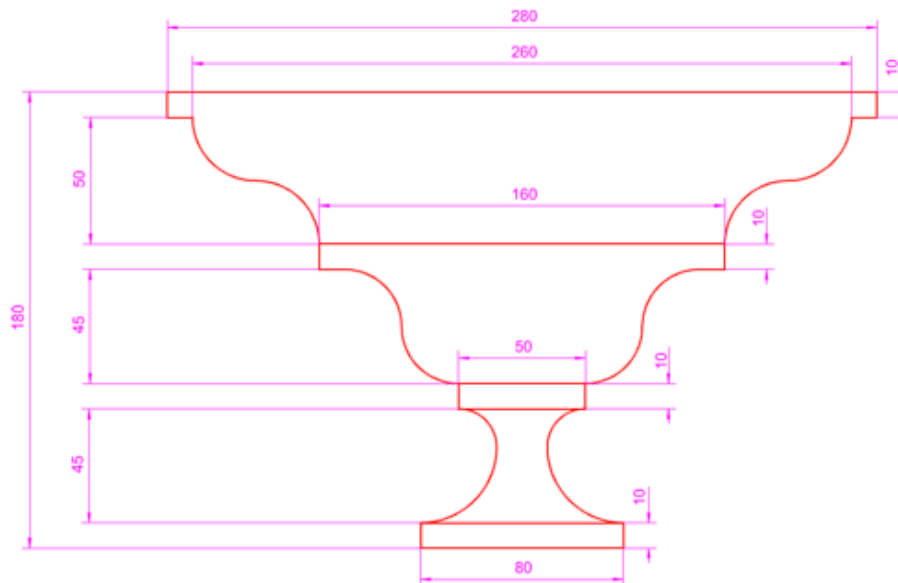
[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/copw4k5kebY](https://www.youtube.com/embed/copw4k5kebY)

*DT1 U2 T3 Apdo. 3.5: Molduras 1*  
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **Molduras realizadas mediante dos arcos de enlace:**



## Caso práctico



Dibuja la pieza representada en la imagen superior a escala 1/1 empleando los conceptos y procedimientos de las molduras: **escocia**, **gola** y **talón**.

¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir.



## Para saber más

Junto a las molduras, una de las aplicaciones más usuales en arquitectura de las tangencias y enlaces es la construcción de **arcos**. A ellos dedicaremos un apartado específico del tema **Relaciones Geométricas en el arte** de la Unidad 6 : Arte Y Dibujo Técnico.



## 4. QCAD (VI)

---

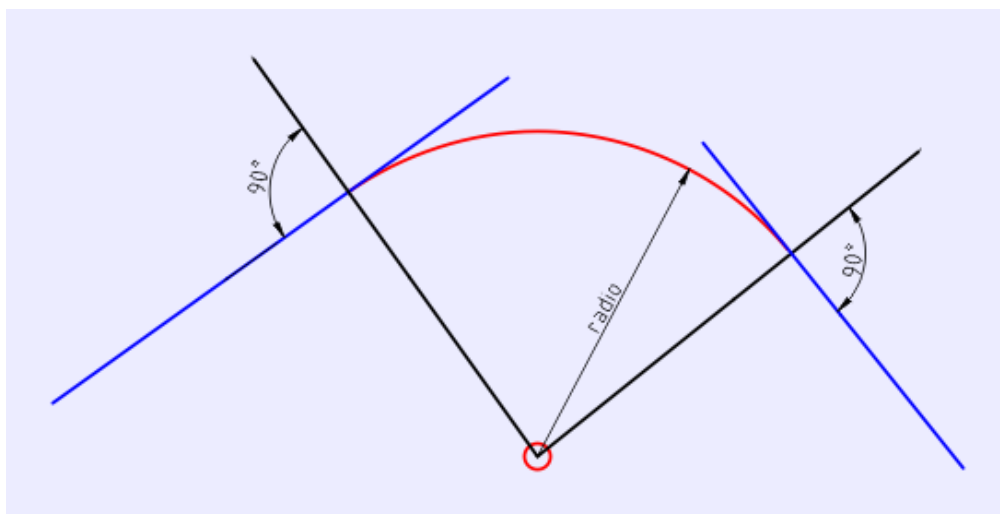
Antes de comenzar a trabajar las tangencias con la aplicación CAD debes saber que ya has empleado, sin saberlo entonces, la primera herramienta que sirve para trazar arcos tangentes a dos rectas. Esta herramienta era la de **redondear**, que nosotros siempre llamamos **enlazar**, entre paréntesis, y que en este tema comprenderás el porqué de ese sobrenombre.



### Importante

---



Al dibujar con un programa de CAD observarás que sólo pueden realizarse directamente las tangencias más sencillas, por tanto, necesitarás conocer bien los conceptos y procedimientos geométricos correspondientes, para resolver muchos casos.





## 4.1. Rectas tangentes

---

En QCad disponemos de dos herramientas para trazar tangentes. La primera es la tangente a una circunferencia o arco de circunferencia desde un punto  **Tangente (P,C)**, y la segunda, tangente a dos circunferencias o arcos de circunferencia  **Tangente (C,C)**, y ambas se encuentran entre las herramientas de trazado de líneas.

El procedimiento de trazado es muy simple en ambas, tras elegir la herramienta bastará con hacer clic izquierdo con el ratón en el elemento solicitado por el programa desde la línea de comandos.

Veamos en el siguiente vídeo cómo usarlas.


[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/coeJVHeK4I4](https://www.youtube.com/embed/coeJVHeK4I4)

*DT1 U2 T3 Apdo. 4.1: QCAD, rectas tangentes*  
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## 4.2. Arco tangente a dos rectas

---

Ya hemos estudiado esta herramienta, pero ahora la miraremos desde el punto de vista de las tangencias y, además, aprenderemos una nueva funcionalidad.

La herramienta en cuestión es la de **redondear** (**enlazar**) , que se encuentra entre las herramientas de edición. Siempre la hemos llamado entre paréntesis enlazar porque, ya que conoces el término, podemos decir que es eso lo que realiza: el enlace entre dos líneas concurrentes.

Veamos en el siguiente vídeo una nueva forma de usarla:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/2Y-G10LN\\_xE](https://www.youtube.com/embed/2Y-G10LN_xE)




*DT1 U2 T3 Apdo. 4.2: QCAD, arco tangente a dos rectas*  
Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## 4.3. Nuevas herramientas de edición

---

Vamos a avanzar en el aprendizaje de nuevas herramientas de edición que nos permitirán hacer más productivo nuestro trabajo en QCad.

Estudiaremos aquí las herramientas de edición:

-  **Recortar/estirar hasta**, permite alargar o recortar una línea hasta o desde un punto de corte con otra.
-  **Recortar/estirar 2 entidades**, permite alargar o recortar dos líneas de forma simultánea hasta o desde su punto de corte común
-  **Alargar/recortar una cantidad**, permite ajustar una cantidad concreta para alargar o recortar a una entidad. Si el número es positivo se alarga; si es negativo se recorta.

Veamos su funcionamiento en el siguiente vídeo:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/I2\\_bkecfB5k](https://www.youtube.com/embed/I2_bkecfB5k)

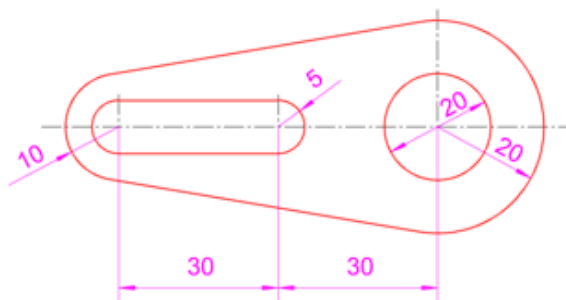
*DT1 U2 T3 Apdo. 4.3: QCAD, nuevas herramientas de edición*  
Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## 4.4. Practica lo aprendido

---

Para practicar lo aprendido te proponemos los siguientes ejercicios en los que trabajarás tanto los enlaces como el uso de las nuevas herramientas de edición.

Recuerda también el emplear lo aprendido en otros temas y unidades: trazado de paralelas, circunferencias,..., las herramientas de edición que resulten más cómodas para hacer las modificaciones que necesites, y, por supuesto, las capas para establecer las propiedades de los diferentes tipos de líneas.



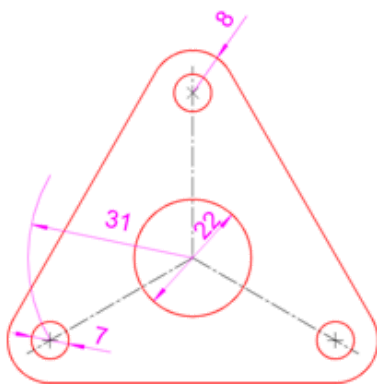
### Practica 1ª:

Realiza el dibujo superior usando las técnicas de enlace aprendidas.

Usa capas diferentes para los dos tipos de líneas del dibujo (línea continua, para la pieza, y de trazos y puntos, para los ejes de simetría).

Dibuja siempre para comenzar los ejes de simetría.

Para los arcos de los extremos será más fácil dibujar las circunferencias completas y, después de enlazarlas, usar uno de los métodos de recortar estudiados hasta ahora.

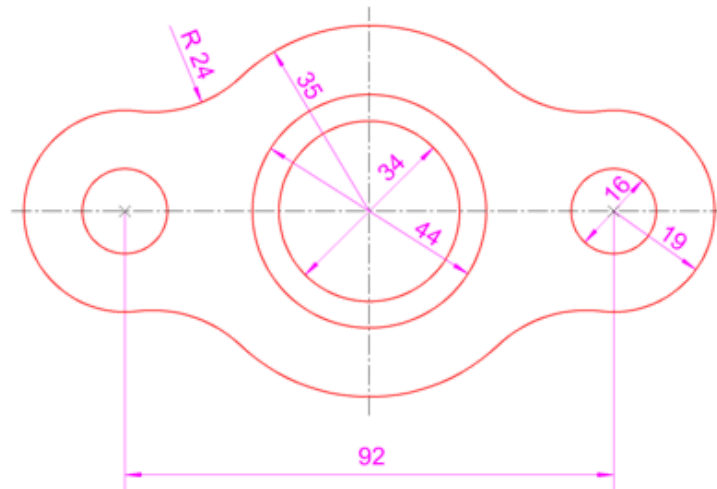


### Práctica 2ª:

Realiza el dibujo superior usando las técnicas de enlace aprendidas.

Recuerda comenzar por dibujar los ejes de simetría. Éstos, como ya sabes, forman un ángulo de  $120^\circ$  entre ellos, resultante de dividir  $360^\circ$  de la circunferencia entre tres. Para su trazado, puedes primero el vertical y posteriormente realizar un giro de  $120^\circ$  con 2 copias múltiples y sin borrar el original.

Posteriormente podrás dibujar la circunferencia auxiliar de 31 mm para situar los centros de las circunferencias y los arcos.



### Práctica 3ª:

En este ejercicio se presenta la dificultad de la que te hablamos al principio del tema: no podemos realizar el arco de enlace de radio 24 mm directamente con una herramienta, porque no la tenemos. En su lugar, después de dibujar los ejes de simetría y las circunferencias principales de la figura (imagen 3-A), tendrás que trazar circunferencias auxiliares de radio  $35+24$  (lo podrás escribir así en el cuadro de inserción del radio en la herramienta) y de radio  $19+24$  para obtener los puntos 1, 2, 3 y 4 (imagen 3-B) que serán los centros de los arcos de enlace buscados.

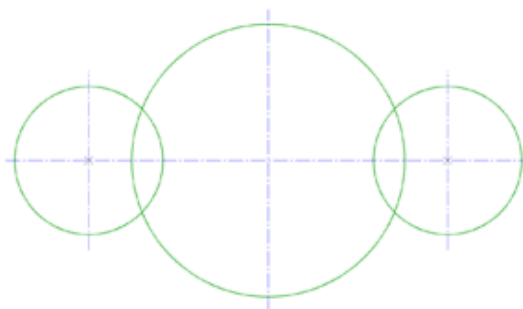
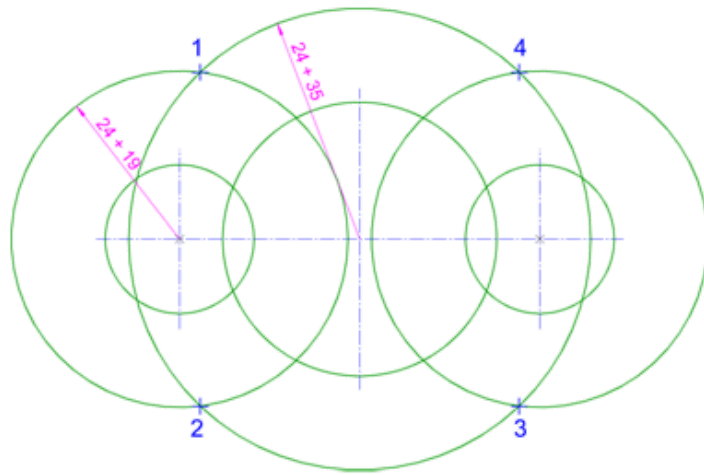


Imagen 3-A



*Imagen 3-B*

## Resumen

---

En los siguientes epígrafes tienes un práctico resumen de los principales conceptos y términos empleados en este tema.



### Importante

---

Una de las relaciones geométricas más importantes entre figuras planas es la **tangencia**, que permite trazar con exactitud el paso de un elemento o forma geométrica (recta) a otra diferente (circunferencia) de manera armónica.

Las tangencias están presentes en la **naturaleza y en el Arte**, pero su principal aplicación está en el **diseño técnico**, donde permiten, entre otros, la fabricación de engranajes, la sucesión de arcos, la construcción de puentes y el trazado de autovías y autopistas, donde los desvíos, enlaces y cambios de sentidos se realizan de manera armónica gracias a las tangencias.

**DEFINICIÓN:** las tangencias son las posiciones límite entre rectas y circunferencias, o bien, entre circunferencias, cuando tienen un sólo punto de contacto.

El punto de contacto entre una circunferencia y una recta o entre circunferencias se denomina **punto de tangencia**.

---



### Importante

---

#### **MÉTODOS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE TANGENCIAS:**

Los problemas de tangencias se pueden resolver aplicando distintos métodos, de mayor o menor complejidad: **Analítico, Lugares Geométricos, Homotecia y Potencia e Inversión** (estos dos últimos métodos se verán en 2º bachillerato).

#### **CLASIFICACIÓN:**

- **TANGENCIAS ENTRE RECTA Y CIRCUNFERENCIA**
  - **TANGENCIAS ENTRE CIRCUNFERENCIAS**
  - **TANGENCIAS ENTRE RECTAS Y CIRCUNFERENCIAS**
- 



### Importante

---

#### **ENLACES**

El enlace de rectas y circunferencias se realiza mediante arcos, llamados **arcos de enlace**.

Para realizar un enlace debes seguir los siguientes pasos:

1. Resuelve el problema de tangencia, determinando los puntos de tangencia.
  2. Dibuja el arco de enlace entre los puntos de tangencia de forma continua y uniforme.
-



## Imprimible

---

Descarga aquí la versión imprimible de este tema.

Pero recuerda que este tema contiene bastante material audiovisual muy importante para la comprensión de los distintos apartados del tema que no se pueden ver evidentemente en un imprimible, especialmente si lo quieres usar en papel.



---

Si quieres escuchar el contenido de este archivo, puedes instalar en tu ordenador el lector de pantalla libre y gratuito [NDVA](#).

---

# Aviso legal

---

Las páginas externas no se muestran en la versión imprimible

<http://www.juntadeandalucia.es/educacion/permanente/materiales/index.php?aviso#space>