

DT1 - Tema 2.2: Geometría métrica aplicada: Transformaciones geométricas



Geometría métrica aplicada: Transformaciones geométricas

Dibujo Técnico I

1.º Bachillerato

Contenidos

Geometría métrica aplicada:
Transformaciones geométricas



Relieve de M.C. Escher en La Haya, Holanda
Imagen de Wikifrits en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

Introducción



Detalle de la Capilla Alta de la Sainte Chapelle de París
Imagen de Pierre Poschadel en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

El punto es el elemento geométrico más básico, a partir de él se crean líneas rectas y curvas, que a su vez generan formas más complejas. Todo esto es posible gracias al movimiento del punto, según una dirección y un sentido.

Las figuras geométricas derivadas de las líneas rectas y curvas se conciben como formas estáticas, situadas en un plano; pero esto no es siempre así.

En el tema anterior, aplicando la semejanza o la escala, modificábamos el tamaño de cualquier figura geométrica; pero no la cambiábamos de ubicación.

Mediante las transformaciones geométricas, puedes cambiar la posición, la ubicación, la forma y el tamaño de las figuras. En este tema vas a aprender conceptos y procedimientos que te permitirán realizar todo lo anterior.

Los movimientos en el plano no son exclusivos de la geometría; también se aplican en el campo de la expresión artística. La disposición de los distintos elementos plásticos se realiza mediante su distribución en el plano: las figuras aparecen ubicadas de manera armoniosa y equilibrada gracias a la traslación, a los giros, y sobre todo a la simetría.

En la fotografía superior tienes un detalle de la Capilla alta de la Sainte Chapelle de París. Los distintos personajes y elementos decorativos están dispuestos simétricamente. Su repetición (igualdad) se ha logrado mediante traslación y giro.



Curiosidad

Antes de entrar de lleno en el fascinante mundo de transformaciones geométricas te invitamos a disfrutar de la no menos fascinante magia de **Escher**, artista e ilustrador que sin duda, ya conocerás.

<http://player.vimeo.com/video/146945472>

Escher in motion

Vídeo de Glenn Marshall alojado en [Vimeo](#)



Importante

- Te recomendamos que los materiales e instrumentos sean de la mejor calidad posible, ya que ésta va unida a la perfección del acabado (precisión y exactitud).
- Es imprescindible que mantengas los instrumentos de Dibujo Técnico en perfectas condiciones de uso, es decir, limpios y en buen estado.
- Para visualizar los **vídeos explicativos** de los distintos conceptos que verás en este tema y en los siguientes del temario, te sugerimos que uses el *play* y el *pause* del visualizador de videos así como la velocidad del mismo (podrás ponerlo a una velocidad más lenta para una comprensión más detallada del mismo). También puedes verlo -a través de la página de You Tube- a pantalla completa (pinchando en el enlace que viene debajo, en la descripción de cada uno) por si necesitas fijarte en ciertos detalles o trazados. Mira este vídeo donde se explica cómo acelerar un vídeo o ralentizarlo accediendo a la configuración del mismo:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/n53asirZwO4](https://www.youtube.com/embed/n53asirZwO4)

Dominar las opciones del visualizador de videos

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- Al final de muchos apartados también encontrarás cierto **ejercicios resueltos paso a paso** mediante un **PDF por capas** que se muestra en la retroalimentación del ejercicio, por lo que se recomienda usar un visor o **lector PDF** que las lea correctamente, ya que no todos lo hacen. Por ejemplo, con **Adobe Reader**. Desde su [sitio web](#) se puede descargar e instalar.
-

1. Generalidades



Imagen de elaboración propia

Antes de desarrollar las transformaciones, tienes que conocer sus características, sus elementos y cómo se clasifican; algunas de ellas no se estudian en este primer curso de Dibujo Técnico.

En la imagen superior tienes un ejemplo de aplicación de las transformaciones en el campo del Arte: los distintos elementos del mosaico, expuesto en el museo de arte romano de Mérida, están dispuestos de manera **simétrica**, repitiéndose en el plano mediante **traslación** y **giro**.



Importante

Mediante las transformaciones geométricas podemos resolver problemas gráficos que en su disposición original resultan difíciles de solucionar.



Curiosidad

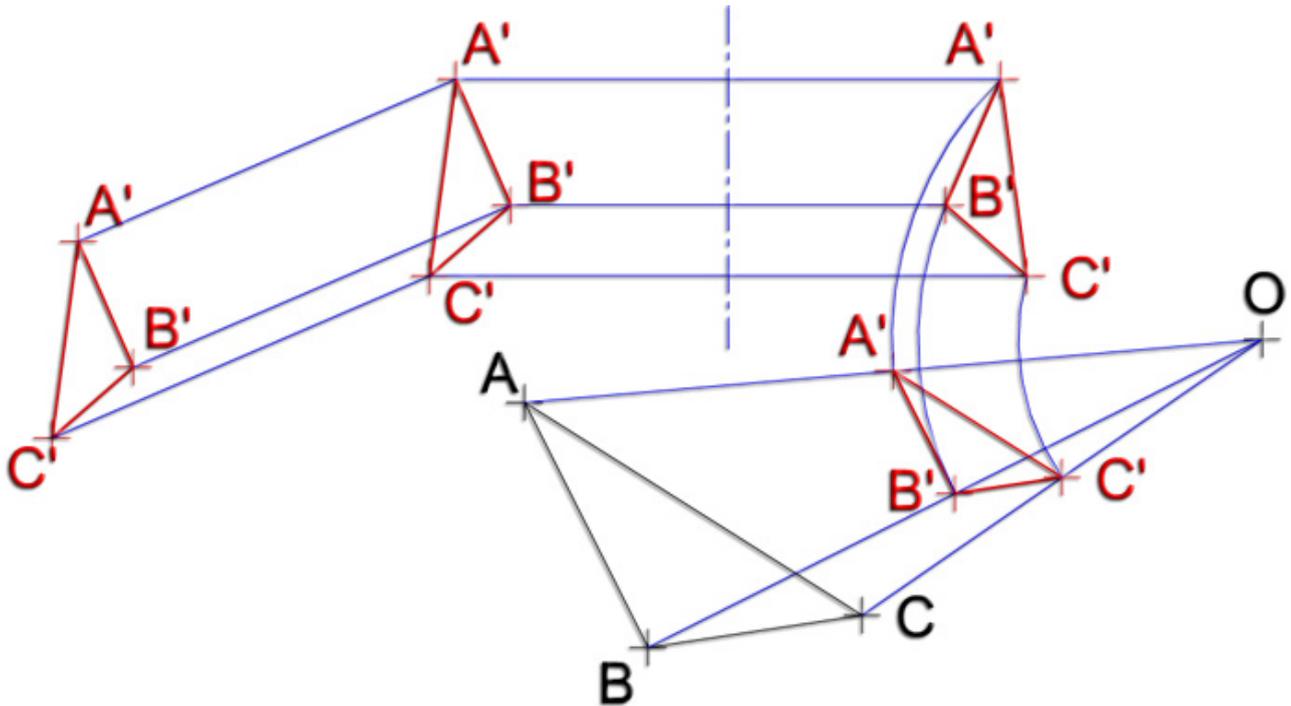
En la publicidad, la **simetría** suele ser un recurso visual muy plástico y efectista, como puedes comprobar en este spot de una conocida marca automovilística.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/PK6mADDPcF0](https://www.youtube.com/embed/PK6mADDPcF0)

Anuncio BMW - Simetría

Vídeo de Tamarapaulítica alojado en [Youtube](#)

1.1. Definición y elementos



DEFINICIÓN:

Una transformación geométrica es una operación o la combinación de varias de ellas, en que se parte de una forma original para generar otra nueva (transformada).

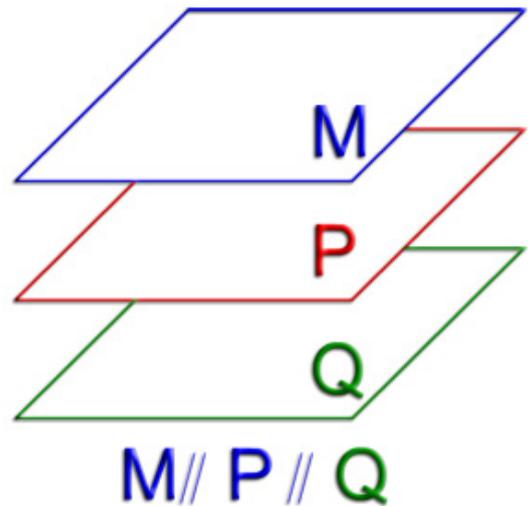
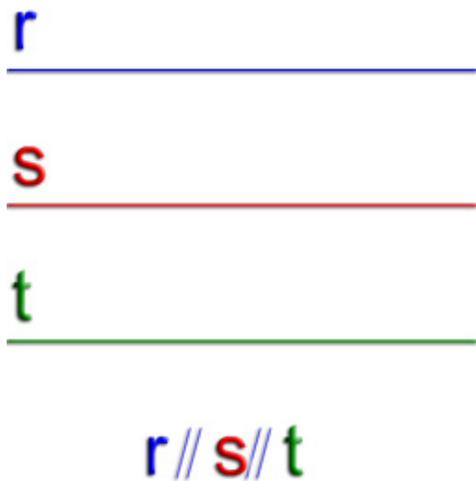
El resultado es un cambio (de posición, de tamaño, de forma, ...) producido en una figura dada F cuando pasa a ser F' . A cada punto de la figura origen (F) se le hace corresponder en el mismo plano, otro de la forma transformada (F'). Las correspondencias entre los elementos de F y de F' originan los diferentes tipos de transformaciones. La relación que exista entre los elementos origen y transformados debe de ser biunívoca.

ELEMENTOS:

En toda transformación existen tres elementos:

- **Elementos característicos:** Los que definen todas las correspondencias entre la figura original y la transformada.
- **Elementos dobles:** Los que se transforman en sí mismos.
- **Elementos impropios:** o en el infinito, pueden ser:
 - **Punto impropio:** elemento común que tiene entre sí todas las rectas paralelas de un conjunto. Cualquier recta tiene un único punto impropio.
 - **Recta impropia:** el elemento común que tienen entre sí todos los planos paralelos de un conjunto. Cualquier plano tiene una única recta impropia

- **Plano impropio:** es el lugar geométrico constituido por todos los elementos impropios de la geometría euclídea. Existe un único plano impropio y todo aquel elemento que no esté incluido en él es propio.



CORRESPONDENCIA ENTRE FIGURAS:

- **Unívoca:** A cada elemento de una de ellas le corresponde otro de la segunda, pero no se verifica la recíproca.
- **Biunívoca:** A cada elemento de la primera figura le corresponde otro de la segunda y a cada elemento de ésta otro de la primera

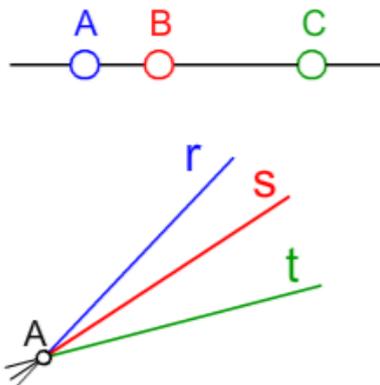
FIGURAS GEOMÉTRICAS. Se establecen tres categorías: de primera, de segunda y de tercera categoría.

Primera Categoría

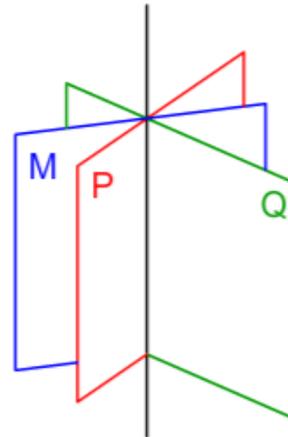
PRIMERA CATEGORÍA:

generadas al moverse un elemento geométrico (punto, recta o plano)

1ª Categoría



2ª Categoría



3ª Categoría

Serie rectilínea: Conjunto de puntos alineados, es decir, situados sobre una misma recta.

Haz de rectas: Conjunto de rectas que concurren en un punto llamado vértice del haz, y que pertenecen a un mismo plano.

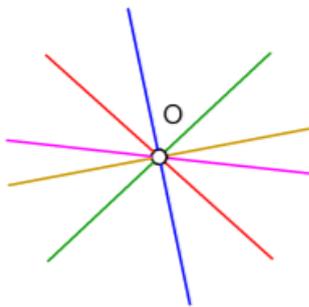
Haz de planos: Conjunto de planos que tienen en común una misma recta.

2ª Categoría

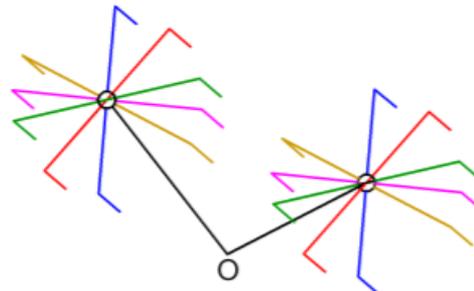
SEGUNDA CATEGORÍA:

generadas por dos elementos (punto y recta y plano)

1ª Categoría



2ª Categoría



3ª Categoría

Forma plana: Conjunto de todos los puntos y rectas que constituyen un plano, incluye a las series rectilíneas y el haz de rectas.

Radiación de rectas: Conjunto de todas las rectas que tienen en común un punto denominado vértice.

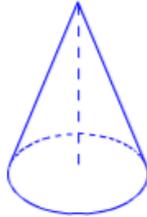
Radiación de planos: Conjunto de planos que pasan por un punto común.

Tercera Categoría

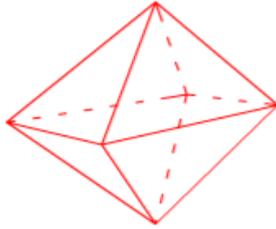
TERCERA CATEGORÍA:

conjunto de todos los puntos, las rectas y los planos que constituyen las figuras tridimensionales del espacio (poliedros y superficies curvas) incluyendo todas las formas de primera y segunda categoría.

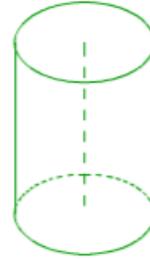
1ª Categoría



2ª Categoría



3ª Categoría



Para saber más

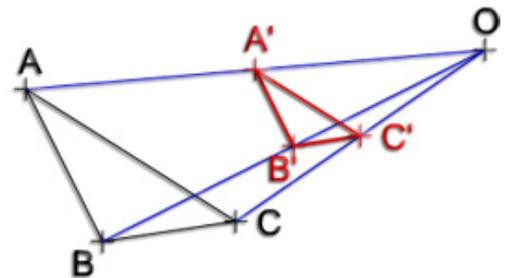
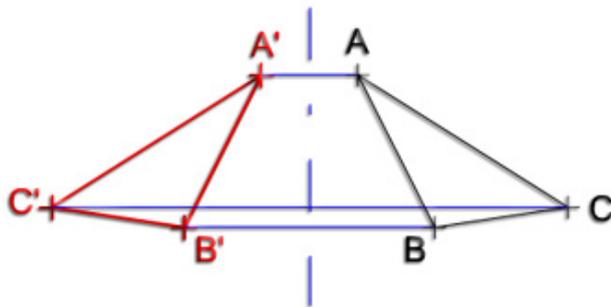
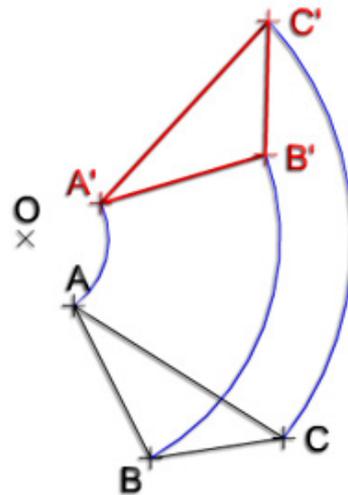
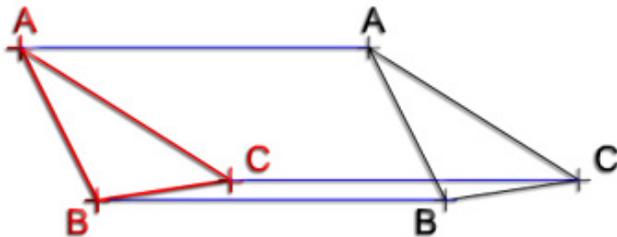


Jean-Victor Poncelet

Imagen en [Wikimedia Commons](#). Dominio público

Elementos impropios: los elementos impropios, también llamados elementos en el infinito, pertenecen a la geometría no euclídea o proyectiva. Desarrollada por el matemático [Jean Víctor Poncelet](#) (1768-1867) esta geometría introduce variaciones importantes respecto a lo elementos básicos de la geometría euclídea tradicional; por ejemplo la recta y los planos paralelos pasan a ser secante, ya que se cortan en el infinito; esta circunstancia no contradice la geometría euclídea, sino que la complementa, situándola en un ámbito espacial limitado.

1.2. Clasificación



Las transformaciones geométricas se clasifican según las características métricas de la figura transformada respecto a la original, pueden ser de tres tipos:

- **ISOMÉTRICAS:** también llamadas movimientos. Son aquellas que conservan las medidas de los segmentos y de los ángulos de la figura original y su transformada (IGUALDAD, TRASLACIÓN, GIRO y SIMETRÍA). Pueden ser de dos tipos:
 - **Directas:** cuando la transformación conserva el sentido del elemento original (igualdad, traslación, giro y simetría axial).
 - **Inversas:** cuando el sentido de la transformada y el original es contrario (simetría axial).
- **ISOMÓRFICAS:** son aquellas que conservan las formas. Se pueden establecer relaciones de proporcionalidad entre dos figuras transformadas (SEMEJANZA Y HOMOTECIA).
- **ANAMÓRFICAS:** Son las transformaciones que no conservan las formas (EQUIVALENCIA, HOMOLOGÍA y AFINIDAD).

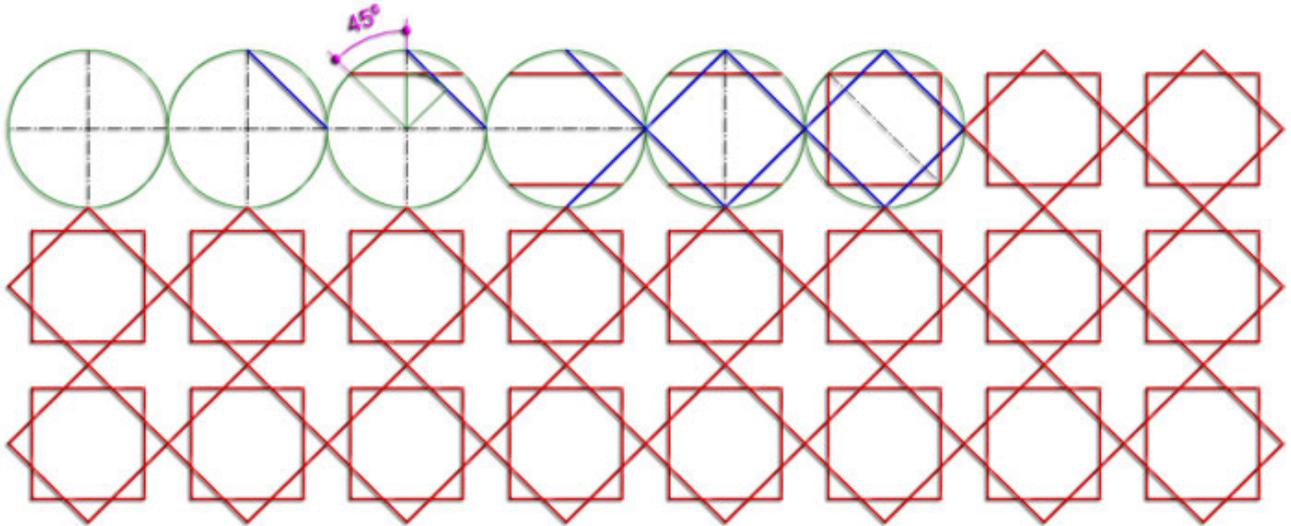


Importante



De las transformaciones **ANAMÓRFICAS** en este primer curso vamos a desarrollar solamente la **homotecia**.

2. Isométricas



Mediante estas transformaciones puedes crear, a partir de figuras simples, formas complejas, ya que éstas conservan su tamaño y forma. Sólo cambias la ubicación de cada elemento.



Curiosidad

Mosaico nazarí realizado mediante transformaciones isométricas.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/IRwFCaZC-Do](https://www.youtube.com/embed/IRwFCaZC-Do)

DT1 U2 T2 Apdo. 2: Mosaico nazarí

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

Captura de vídeo a partir de la animación flash original de Isabel Martín Rojo. Banco de imágenes y sonidos del [ITE](#), Instituto de Tecnologías Educativas. [Licencia CC](#)

2.1. Igualdad



Imagen de elaboración propia

La igualdad es la base de las transformaciones isométricas.

En la imagen superior, mosaico expuesto en el museo de arte romano de Mérida, tienes un ejemplo de composición realizada mediante la repetición de formas iguales.

DEFINICIÓN: Dos figuras son iguales cuando al superponerlas coinciden todos sus elementos, es decir, que los lados y los ángulos de las dos tienen la misma forma, disposición y magnitud.

MÉTODOS DE CONSTRUCCIÓN:

- Por triangulación:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/5eysl-j-lmDQ](https://www.youtube.com/embed/5eysl-j-lmDQ)

Transportar un polígono mediante triangulación (Igualdad).

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- Por copia de ángulos:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/bVKRD2NEAkg](https://www.youtube.com/embed/bVKRD2NEAkg)

Transportar un polígono mediante transporte de ángulos (Igualdad).

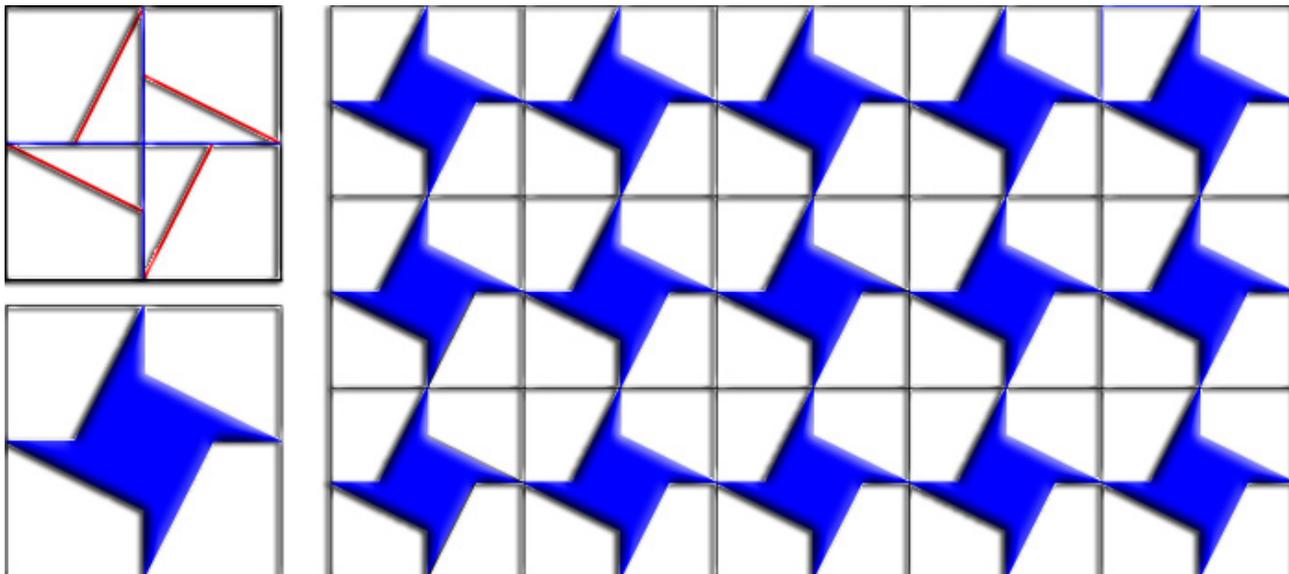
Vídeo de Faber-Castell alojado en [Youtube](#)

- Por radiación

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/-sG5bEggq7Y](https://www.youtube.com/embed/-sG5bEggq7Y)

Copiar un polígono por el método de radiación.
Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

2.2. Traslación



Importante

Mediante la traslación puedes crear formas más complejas: repitiendo una figura básica siguiendo un patrón de filas y columnas.

DEFINICIÓN: La traslación es una transformación Isométrica.

Trasladar una figura plana es aplicar a la misma un movimiento rectilíneo según una dirección dada.

Una figura transformada mediante traslación es igual al original, por tanto, sus lados son paralelos entre sí y los ángulos son iguales.

ELEMENTOS:

- **Elementos característicos:** El vector guía (vector de traslación) señala la dirección, el sentido y la magnitud del desplazamiento (AA' , BB' ,...).
- **Elementos dobles:** Las rectas que unen dos puntos.

PROPIEDADES:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/rpF9r43iHjE](https://www.youtube.com/embed/rpF9r43iHjE)



Importante

Cuando se realiza una traslación de un punto A, según vector dado v, se transforma en otro punto A' tal que el vector que los une $AA' = v$.

APLICACIONES:

- Dadas dos rectas que se cortan r y s, situar un cuadrado, de lado dado, de manera que uno de sus lados coincida en la recta r, y un vértice del lado opuesto pertenezca a la otra rectas:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/AFZf-xiOh7s](https://www.youtube.com/embed/AFZf-xiOh7s)

DT1 U2 T2 Apdo. 2.2: Traslación, aplicaciones 1
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

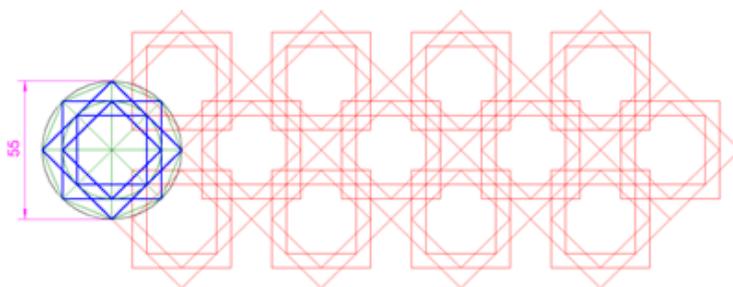
- Construcción de un mosaico, cuyo módulo es una forma poligonal regular.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/2rKHxdxMRAM](https://www.youtube.com/embed/2rKHxdxMRAM)

DT1 U2 T2 Apdo. 2.2: Traslación, aplicaciones 2
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)



Caso práctico



Aplicando traslación realiza el mosaico de la imagen superior.

¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf >> Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir. Recuerda que debes disponer de un **lector PDF** que lea las capas del documento, como **Adobe Reader**.

|_____|

2.3. Giro



London Eye

Imagen de Daniel Seth Thomas en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

El **London Eye** (ojo de Londres) o **Millennium Wheel** (Rueda del Milenio) es una noria-mirador basada en el giro vertical. Las góndolas cambian de posición según van girando alrededor del centro de giro, completando un ángulo de 360° .

DEFINICIÓN: girar es cambiar la posición de una figura respecto de la inicial, aplicándole un movimiento de rotación, respecto a un punto fijo O , llamado centro de giro o de rotación. Este centro (O) de giro puede estar situado en el interior, en el contorno o en el exterior de la figura a transformar.

El ángulo de giro (α) puede ser:

- positivo o levógiro (contrario a las agujas del reloj).
- negativo o dextrógiro (sentido agujas del reloj).

ELEMENTOS:

- **Elementos característicos:** El centro de giro O , el ángulo de giro α y el sentido del giro.
- **Elementos dobles:** El centro de giro O .

CALCULAR EL ÁNGULO Y EL VÉRTICE DE GIRO DE UNA FIGURA TRANSFORMADA:

Para calcular el ángulo y el vértice de una figura girada basta con trazar la mediatriz a los segmentos que unen dos vértices transformados.

En la animación inferior se ha calculado el eje y el ángulo de giro trazando la mediatriz a cada uno de los segmentos formados por los vértices originales (A Y B) y sus transformados (A' y B').

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/wjNSpUPhq30](https://www.youtube.com/embed/wjNSpUPhq30)

Hallar el centro de giro para girar un polígono (Transformaciones geométricas)

Vídeo de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

GIRO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS: conocido el centro y el ángulo de giro.

- **Giro de una recta:** sólo tienes que girar dos puntos arbitrarios de la recta. También puedes realizar el método de la siguiente animación:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/jcCvdxSl2mM](https://www.youtube.com/embed/jcCvdxSl2mM)

DT1 U2 T2 Apdo. 2.3: Giro de una recta

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **Giro de una circunferencia:** sólo hay que girar su centro y trazar otra circunferencia de igual radio.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/MQht9pYQatM](https://www.youtube.com/embed/MQht9pYQatM)

DT1 U2 T2 Apdo. 2.3: Giro de una circunferencia

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

APLICACIONES:

- Dadas tres rectas paralelas r, s y t, dibuja un triángulo equilátero ABC de manera que cada uno de sus vértices esté situado en una de las rectas.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/S9TiJbjDrZo](https://www.youtube.com/embed/S9TiJbjDrZo)

DT1 U2 T2 Apdo. 2.3: Giro, aplicaciones

Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

2.4. Simetría



Santa María dei Miracoli y Santa María in Montesanto (Roma)
Imagen de MarkusMark en [Wikimedia Commons](#). Licencia [CC](#)

La naturaleza nos ofrece multitud de simetrías aparentes que podríamos clasificar en binarias y múltiples. Las binarias ofrecen un solo plano de simetría (dos partes iguales): el ser humano, los vertebrados, invertebrados y vegetales.

En una simetría tanto binaria como múltiple se pueden presentar a su vez otras simetrías: la planta de trébol (simetría binaria), en cada una de sus tres hojas admite otra simetría (fractalidad). En el Arte la simetría es un recurso esencial, empleado en la ordenación de los objetos en el plano (composición) o participando en la estructura de cada uno de los objetos.

La Arquitectura y el Urbanismo también recurren con mucha frecuencia a la simetría, ya sea para estructurar las partes de los edificios o para distribuirlos de manera armoniosa en un entorno.

En la imagen superior puedes ver dos iglesias (Santa María dei Miracoli y Santa María in Montesanto) situadas en la plaza del Popolo de Roma, aunque parecen iguales no lo son, pues sus cúpulas son distintas, pero su disposición es simétrica.



Curiosidad

Otra forma distinta y original de introducirte en el fascinante mundo de la **simetría**: a través de las lecciones del profesor **Colm Kelleher** las animaciones de **Andrew Foerster**.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/3drtbPZF9yc](https://www.youtube.com/embed/3drtbPZF9yc)

The science of symmetry - Colm Kelleher
Vídeo de TED-Ed alojado en [Youtube](#)

DEFINICIÓN: Dos figuras son simétricas cuando todos sus elementos son iguales (igual tamaño y forma) pero tienen distinta disposición. Las figuras simétricas pueden estar dispuestas respecto a dos elementos: una recta (Eje de simetría) o un punto (Vértice de simetría). Dependiendo de la utilización de uno u otro elemento existirán dos clases de simetrías: AXIAL y CENTRAL.

- **SIMETRÍA AXIAL:** Utiliza un eje de simetría.
- **SIMETRÍA CENTRAL:** Utiliza un punto, denominado vértice de simetría.

AXIAL: Cuando el elemento de referencia es una línea, llamada eje de simetría. Dos figuras son simétricas respecto a un eje cuando dicho eje es la mediatriz del segmento que une los puntos que se corresponden en las dos figuras.

- **Elemento característico:** El eje de simetría.
- **Elementos dobles:** El eje de simetría y las rectas perpendiculares a él.
- **Propiedades:**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/2s8zoPU2csE](https://www.youtube.com/embed/2s8zoPU2csE)

DT1 U2 T2 Apdo. 2.4: Simetría axial, propiedades
Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

CENTRAL: Los elementos están situados respecto a un punto llamado vértice de simetría. Todos sus elementos son iguales, tienen la misma forma y el mismo tamaño, pero distinta disposición.

- **Elemento característico:** El centro de simetría O
- **Elementos dobles:** El centro de simetría O y las rectas que pasan por él.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/Lz9Q-uU31ss](https://www.youtube.com/embed/Lz9Q-uU31ss)

DT1 U2 T2 Apdo. 2.4: Simetría central, propiedades
Vídeo del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

APLICACIÓN:

- **Simetría axial:**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/OF3nMtFZX70](https://www.youtube.com/embed/OF3nMtFZX70)

DT1 U2 T2 Apdo. 2.4: Simetría axial, aplicaciones
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

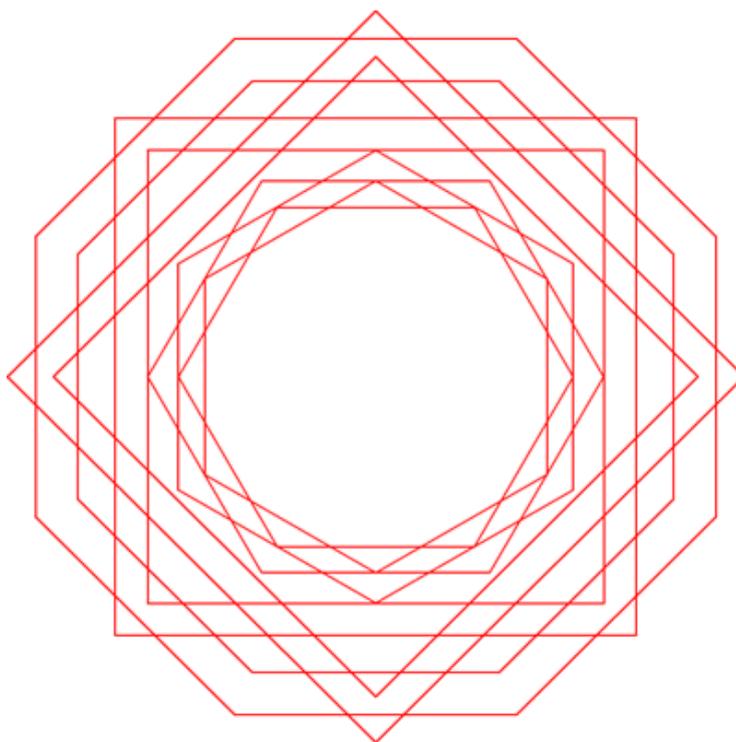
- **Simetría Central:**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/2o0ThcaIXC0](https://www.youtube.com/embed/2o0ThcaIXC0)

DT1 U2 T2 Apdo. 2.4: Simetría central, aplicaciones
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)



Caso práctico



Aplicando simetría **axial** y **central** realiza la figura poligonal representada en la imagen izquierda, siguiendo los siguientes pasos:

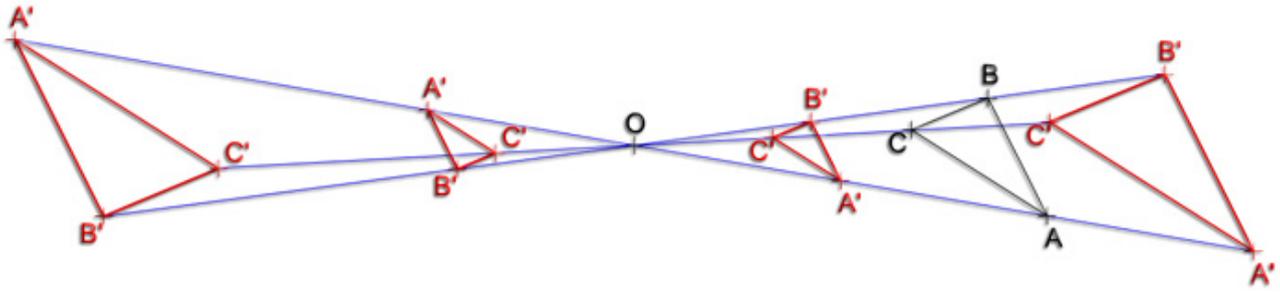
1. Simetría central, dado el centro O (zona inferior derecha).
2. Simetría axial (zona superior derecha).
3. Simetría central de la simetría axial realizada en el paso 2, dado el centro O (zona inferior izquierda).

Para realizar el ejercicio debes descargarte esta [plantilla](#) >> [Documento de descarga](#).

¿Necesitas ayuda para resolver este ejercicio?

Puedes utilizar este [documento pdf](#) >> [Documento de descarga](#) donde se describe con detalle los pasos a seguir. Recuerda que debes usar un lector de PDF **Adobe Reader**

3. Isomórficas: homotecia



Mediante esta transformación puedes modificar una figura, cambiando su forma y su ubicación.



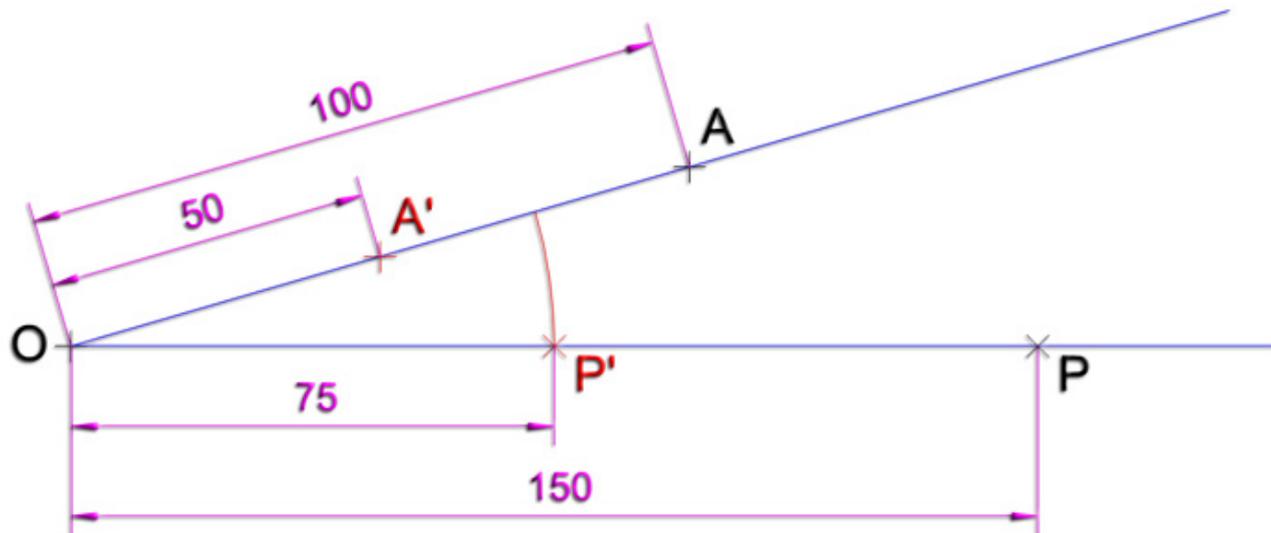
Importante

Diferencia entre homotecia y semejanza:

- La **homotecia** es una transformación que implica movimiento.
 - La **semejanza** es un método constructivo que no implica movimiento.
-

3.1. Generalidades

$$k = OA' / OA = 50/100 = 1/2 = 0,5$$



DEFINICIÓN: Se llama homotecia a la transformación geométrica que hace corresponder a un punto A otro A', alineado con A y con otro punto fijo O, tal que: $OA'/OA = K$, siendo K distinto de cero.

$$k = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \implies k \neq 0$$

Al punto O se le denomina centro de homotecia, y al número K razón de la homotecia.

- Cuando K es positiva la razón se denomina directa y los puntos homotéticos estarán a un mismo lado del centro O.
- Cuando K es negativa la homotecia se denomina inversa y los puntos homotéticos estarán a distinto lado del centro O.

ELEMENTOS:

- **Elementos característicos:** El centro de homotecia O y la razón K.
- **Elementos dobles:** El centro de homotecia O y las rectas que pasan por él.

RAZÓN.

En el tema anterior, "Proporcionalidad, semejanza y escalas", definíamos a la razón como "la relación que se establece entre las magnitudes de dos segmentos, a y b". Ahora esa definición

tiene que hacer referencia a la relación existente entre varios puntos cualesquiera y otro fijo llamado centro de homotecia.

Por tanto, en homotecia la razón será el cociente de las distancias de los puntos homotéticos respecto del centro de homotecia. Esta razón es constante e igual al coeficiente de homotecia (razón de homotecia).

$$k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Según el valor de k la posición y el tamaño de la figura transformada (homotética) variará:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/bu06RLrgrU4](https://www.youtube.com/embed/bu06RLrgrU4)

DT1 U2 T2 Apdo. 3.1: Razón de Homotecia
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)



Importante

- Si $K=1$ la homotecia se transforma en identidad.
- Si $K=-1$ la homotecia se transforma en simetría central.

PROPIEDADES:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/qjqQwLueiJY](https://www.youtube.com/embed/qjqQwLueiJY)

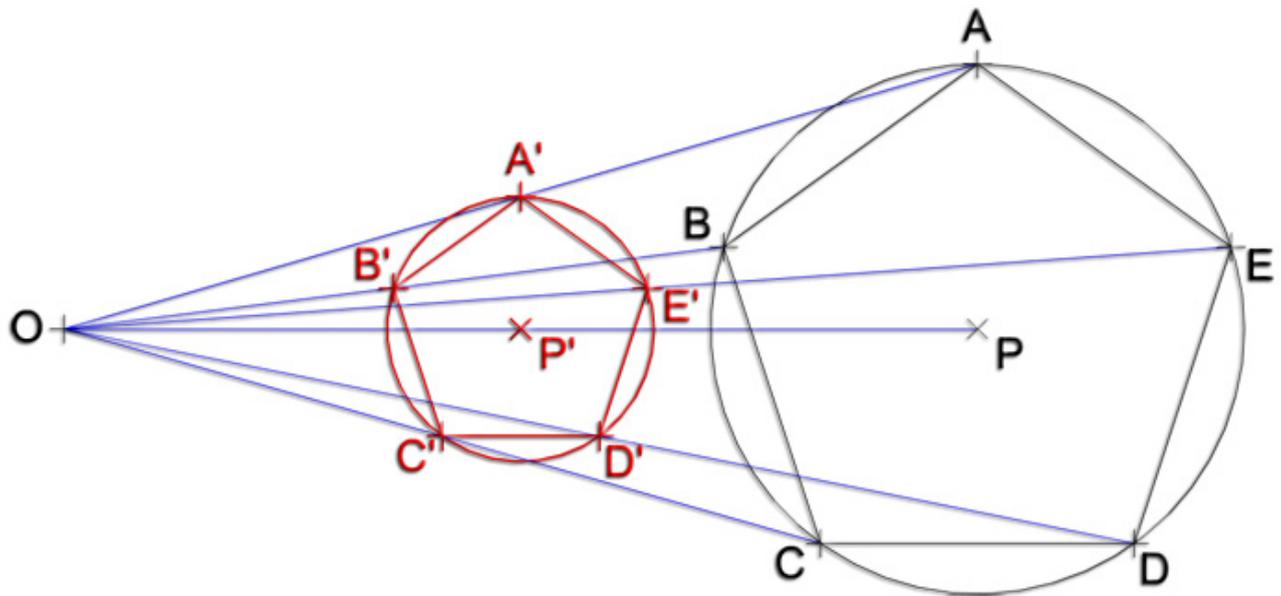
DT1 U2 T2 Apdo. 3.1: Homotecia, propiedades
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)



Para saber más

Si quieres experimentar con homotecias, variando el centro, las coordenadas de los puntos homotéticos o la razón k, visita la web [Descartes](#)

3.2. Figuras homotéticas



EL CENTRO DE HOMOTECIA ES UN PUNTO EXTERIOR:

- Homotecia Directa o positiva

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/vuv7lY-PcyQ](https://www.youtube.com/embed/vuv7lY-PcyQ)

DT1 U2 T2 Apdo. 3.2: Homotecia positiva
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- Homotecia Inversa o negativa:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/3FbVBiB-T5Q](https://www.youtube.com/embed/3FbVBiB-T5Q)

DT1 U2 T2 Apdo. 3.2: Homotecia negativa
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

EL CENTRO DE HOMOTECIA ES UN VÉRTICE: es una semejanza.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/IPCx8Y-O7QU](https://www.youtube.com/embed/IPCx8Y-O7QU)

DT1 U2 T2 Apdo. 3.2: Centro de Homotecia en un vértice
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

APLICACIÓN:

- Dadas tres rectas paralelas r , s y t , dibuja un triángulo equilátero ABC de manera que cada uno de sus vértices esté situado en una de las rectas.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/OTf8ppMHFsE](https://www.youtube.com/embed/OTf8ppMHFsE)

DT1 U2 T2 Apdo. 3.2: Homotecia, aplicaciones 1
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- Dadas dos circunferencias homotéticas, determina su centro (O) y razón de homotecia: directa (positiva) o inversa (negativa)

- **Homotecia Directa o Positiva:**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/EA2CPL0TXaw](https://www.youtube.com/embed/EA2CPL0TXaw)

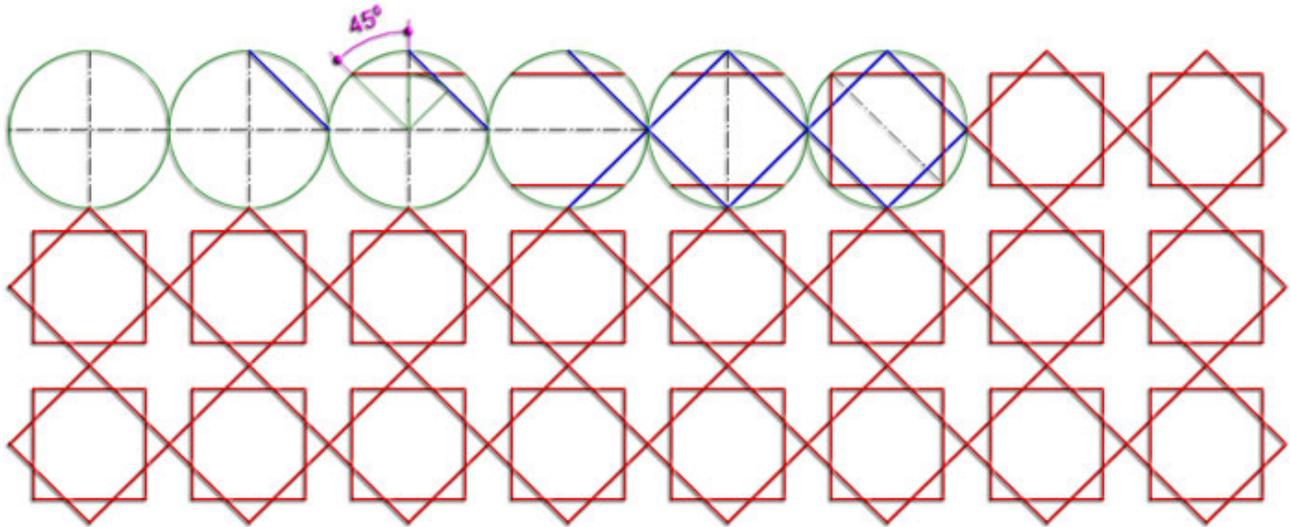
DT1 U2 T2 Apdo. 3.2: Homotecia, aplicaciones 2
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **Homotecia Inversa o Negativa:**

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/EbdEXuIfLB4](https://www.youtube.com/embed/EbdEXuIfLB4)

DT1 U2 T2 Apdo. 3.2: Operaciones. Proyecciones
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

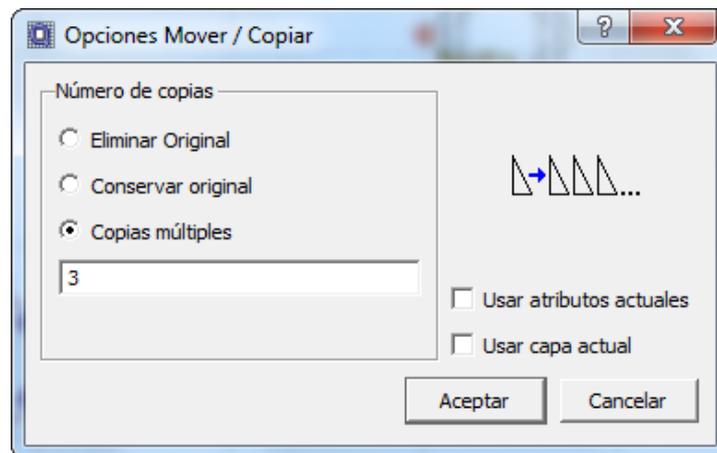
4. QCAD (V): Transformaciones geométricas



En este tema vamos a estudiar cuatro herramientas de edición muy útiles a la hora de dibujar con nuestras aplicaciones de diseño asistido. Son las mismas operaciones que acabas de estudiar en los puntos anteriores: traslación, giro, simetría y homotecia. Podrás comparar de forma directa las dos maneras que tenemos de trazar: mediante herramientas tradicionales y con un equipo informático.

Las tres primeras transformaciones las utilizarás constantemente en tus dibujos con el ordenador. La homotecia, aunque no es tan común su uso, sí que la encontrarás útil en determinadas ocasiones. Más adelante, conforme vayamos avanzando el curso, te la recordaremos en los ejercicios cuando nos encontremos con la necesidad de usarla.

4.1. Traslación: copia



La herramienta de edición **copiar**  a través de la ventana de diálogo de opciones, a la derecha, nos **permite**:

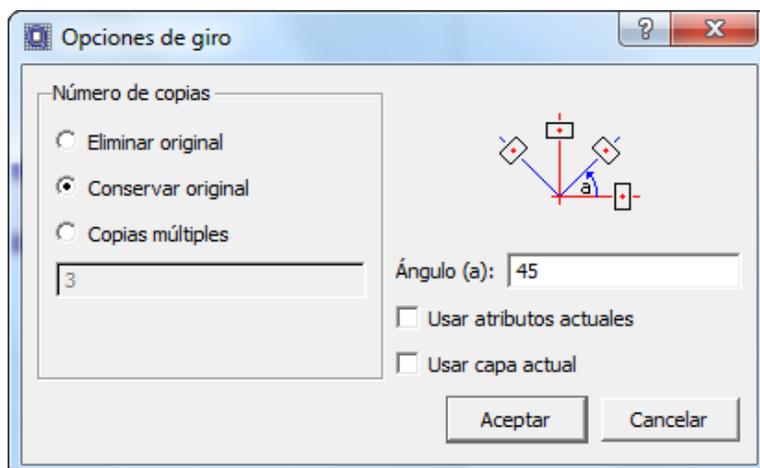
- **Trasladar** un objeto, marcando la opción *Eliminar original*.
- **Hacer una copia**, marcando la opción *Conservar original*.
- **Copiar de forma múltiple**, marcando *Copias múltiples* y ajustando el número de copias en la ventana correspondiente.

Si deseamos que los objetos copiados se almacenen en una capa diferente, tendremos que seleccionar dicha capa y marcar la pestaña *Usar capa actual*. En caso contrario, los objetos se copiarán en la misma capa que el objeto original.

Comprueba el uso de esta herramienta en el siguiente vídeo:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/2VFH-89ATtY](https://www.youtube.com/embed/2VFH-89ATtY)

4.2. Giros



La herramienta de giro de entidades  con Qcad te permite hacer un giro de una o varias entidades dibujadas estableciendo el centro y el ángulo de giro.

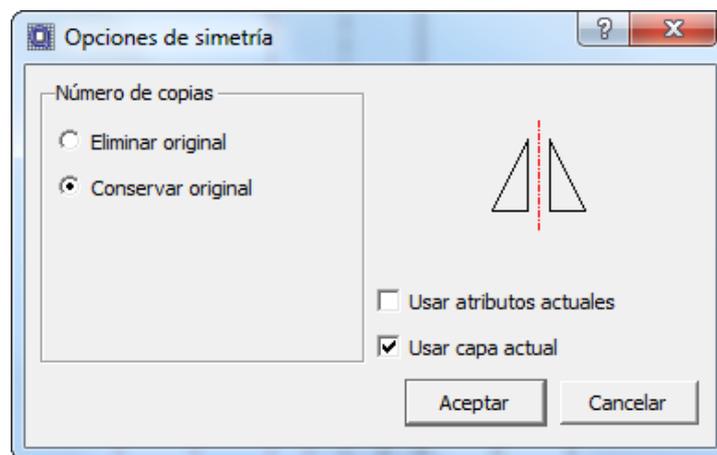
En la ventana de opciones podrás elegir entre eliminar las entidades originales, conservarlas o realizar copias múltiples. En este caso, cada una girará el ángulo indicado respecto a la copia anterior.

Para indicar el ángulo tendrás presente que los números positivos indican un giro antihorario (contrario al giro de las agujas del reloj).

Comprueba el funcionamiento de esta herramienta en el siguiente vídeo:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/qiH3efvQn3w](https://www.youtube.com/embed/qiH3efvQn3w)

4.3. Simetrías



La herramienta de simetría  en una aplicación CAD nos permitirá realizar **simetrías axiales**, es decir con referencia a un eje.

Los pasos a seguir son similares a los dados con las anteriores herramientas estudiadas:

1. Seleccionar la capa en la que deseamos situar las entidades simétricas.
2. Seleccionar las entidades deseadas.
3. Señalar dos puntos cualesquiera del eje de simetría.
4. En la ventana de opciones determinar si deseamos conservar o eliminar la imagen original.



Importante

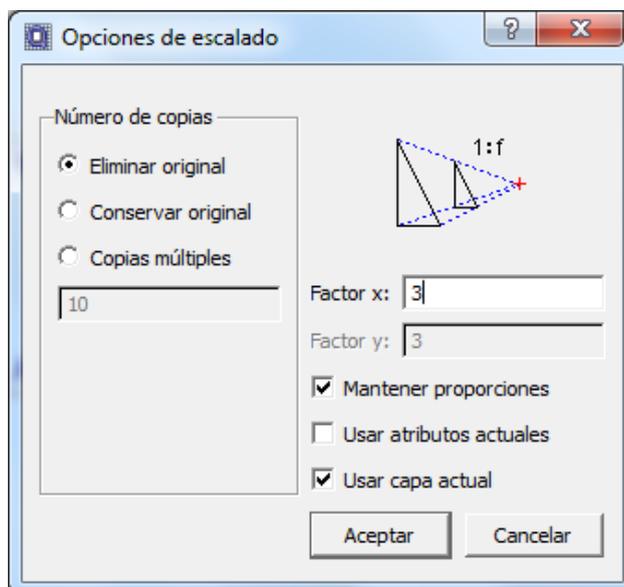
Selección múltiple de entidades cuando no se puede usar una ventana de arrastre

Si mantenemos pulsada la tecla de mayúsculas mientras hacemos clic derecho sobre diferentes entidades, estas pasarán a estar seleccionadas o deseleccionadas de forma contraria a su estado anterior. No confundir la tecla de mayúsculas con la de bloqueo de mayúsculas, ya que esta última no sirve para la operación.

Veamos en el siguiente vídeo el uso de la herramienta simetría:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/4R7B_xMzSQU](https://www.youtube.com/embed/4R7B_xMzSQU)

4.4. Homotecia: la escala desde un vértice o centro dado



La homotecia en las aplicaciones de CAD se resuelven mediante la herramienta denominada **Escalar**  .

Para usarla seleccionamos las entidades que deseemos, y tras activar la herramienta de escalado, indicamos el centro de homotecia y, a continuación, las opciones que necesitemos.

Entre las opciones de la herramienta puedes ver que se ofrecen las mismas que en las anteriores: eliminar el original, conservarlo o hacer copias múltiples.

El factor de escala puede ser cualquier número: entero o decimal, positivo o negativo. Este factor puede ser:

- Mayor que 1, por ejemplo 3, para obtener una figura de tamaño mayor que el original, en nuestro ejemplo tres veces mayor
- Igual a 1, para obtener una figura igual que si la hiciésemos con la herramienta copiar.
- Menor que 1, pero mayor que cero, por ejemplo 0'5, para obtener una figura más pequeña, en nuestro ejemplo a la mitad de su tamaño. Este número lo podemos indicar directamente mediante una fracción 1/2, 1/3, 1/4,...

Veamos cómo usarla en el siguiente vídeo:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/fE1gTOy7B8M](https://www.youtube.com/embed/fE1gTOy7B8M)

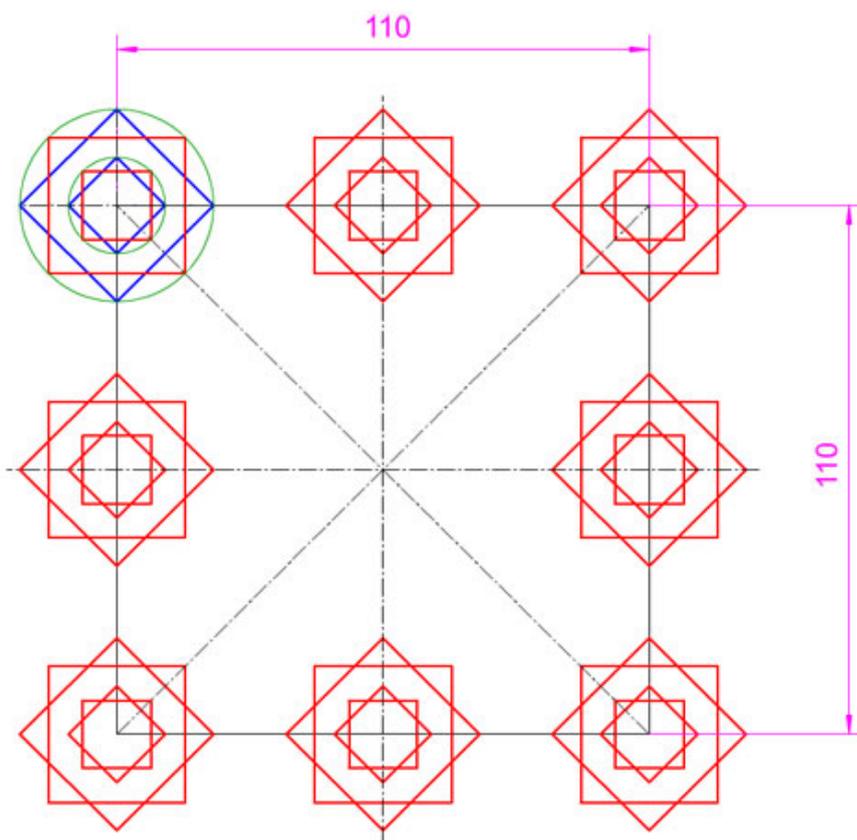
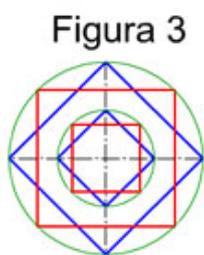
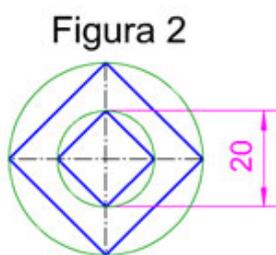
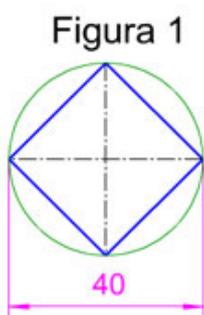
4.5. Practicamos lo aprendido

Propuesta:

Dada la figura 1 transfórmala en la figura 3 mediante homotecia y giro:

1. **Figura 2:** aplicando homotecia (escala) siendo $k=0,5$, obtén el cuadrado y la circunferencia de diámetro 20 mm.
2. **Figura 3:** mediante giro, rota los cuadrados 45° (imagen inferior en color rojo).

Dibuja un cuadrado de 110x110 mm. A continuación, usando diversas herramientas de traslación, giro o simetría termina obteniendo la imagen de la derecha.



Resumen

En los siguientes epígrafes encontrarás un **resumen** de los principales términos y conceptos estudiados y desarrollados a lo largo de este tema.



Importante

Una transformación geométrica es una operación o la combinación de varias de ellas, en que se parte de una forma original para generar otra nueva (transformada).

En toda transformación existen tres elementos:

- **Elementos característicos:** Los que definen todas las correspondencias entre la figura original y la transformada.
- **Elementos dobles:** Los que se transforman en sí mismos.
- **Elementos impropios:** o en el infinito, pueden ser: **Punto impropio**, **Recta impropia** y **Plano impropio**.

CORRESPONDENCIA ENTRE FIGURAS:

- **Unívoca:** A cada elemento de una de ellas le corresponde otro de la segunda, pero no se verifica la recíproca.
 - **Biunívoca:** A cada elemento de la primera figura le corresponde otro de la segunda y a cada elemento de ésta otro de la primera.
-



Importante

Las transformaciones geométricas se clasifican según las características métricas de la figura transformada respecto a la original, pueden ser de tres tipos:

- **ISOMÉTRICAS:** **IGUALDAD, TRASLACIÓN, GIRO y SIMETRÍA.** Éstas pueden ser a su vez **Directas** (igualdad, traslación, giro y simetría axial) o **Inversas** (simetría axial)
 - **ISOMÓRFICAS:** **SEMEJANZA Y HOMOTECIA**
 - **ANAMÓRFICAS:** **EQUIVALENCIA, HOMOLOGÍA y AFINIDAD**
-



Importante

IGUALDAD

Dos figuras son iguales cuando al superponerlas coinciden todos sus elementos, es decir, que los lados y los ángulos de las dos tienen la misma forma, disposición y magnitud. Métodos de construcción: **triangulación** y **copia de ángulos**.

TRASLACIÓN

Trasladar una figura plana es aplicar a la misma un movimiento rectilíneo según una dirección dada.

Una figura transformada mediante traslación es igual al original, por tanto, sus lados son paralelos entre sí y los ángulos son iguales.

- **Elementos característicos:** El vector guía (vector de traslación) señala la dirección, el sentido y la magnitud del desplazamiento (AA', BB',...).
- **Elementos dobles:** Las rectas que unen dos puntos.

GIRO

Girar es cambiar la posición de una figura respecto de la inicial, aplicándole un movimiento de rotación, respecto a un punto fijo O, llamado centro de giro o de rotación. Este centro (O) de giro puede estar situado en el interior, en el contorno o en el exterior de la figura a transformar.

- **Elementos característicos:** El centro de giro O, el ángulo de giro α y el sentido del giro.
- **Elementos dobles:** El centro de giro O.

SIMETRÍA

Dos figuras son simétricas cuando todos sus elementos son iguales (igual tamaño y forma) pero tienen distinta disposición. Las figuras simétricas pueden estar dispuestas respecto a dos elementos: una recta (Eje de simetría) o un punto (Vértice de simetría). Dependiendo de la utilización de uno u otro elemento existirán dos clases de simetrías: AXIAL y CENTRAL.

- **SIMETRÍA AXIAL:** Utiliza un eje de simetría.
- **SIMETRÍA CENTRAL:** Utiliza un punto, denominado vértice de simetría.



Importante

HOMOTECIA

Se llama homotecia a la transformación geométrica que hace corresponder a un punto A otro A', alineado con A y con otro punto fijo O, tal que: $OA'/OA = K$, siendo K distinto de cero.

$$k = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \implies k \neq 0$$

Al punto O se le denomina centro de homotecia, y al número K razón de la homotecia.

- Cuando K es positiva la razón se denomina directa y los puntos homotéticos estarán a un mismo lado del centro O .
- Cuando K es negativa la homotecia se denomina inversa y los puntos homotéticos estarán a distinto lado del centro O .

Diferencia entre homotecia y semejanza:

- La **homotecia** es una transformación que implica movimiento.
 - La **semejanza** es un método constructivo que no implica movimiento.
-

Imprimible

Descarga aquí la versión imprimible de este tema.

Pero recuerda que este tema contiene bastante material audiovisual muy importante para la comprensión de los distintos apartados del tema que no se pueden ver evidentemente en un imprimible, especialmente si lo quieres usar en papel.



Si quieres escuchar el contenido de este archivo, puedes instalar en tu ordenador el lector de pantalla libre y gratuito [NDVA](#).

Aviso legal

Las páginas externas no se muestran en la versión imprimible

<http://www.juntadeandalucia.es/educacion/permanente/materiales/index.php?aviso#space>