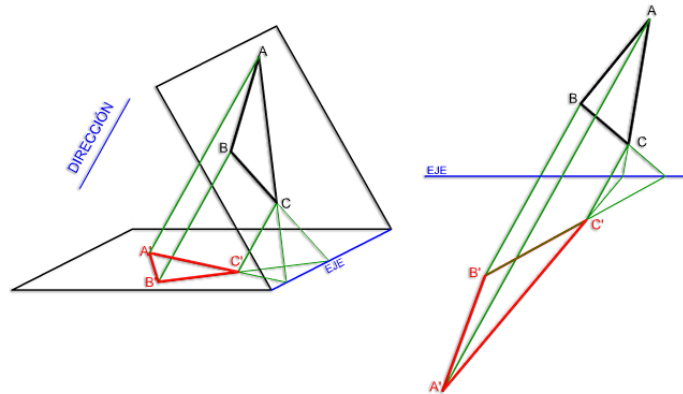


Curvas y transformaciones proyectivas:  
Afinidad

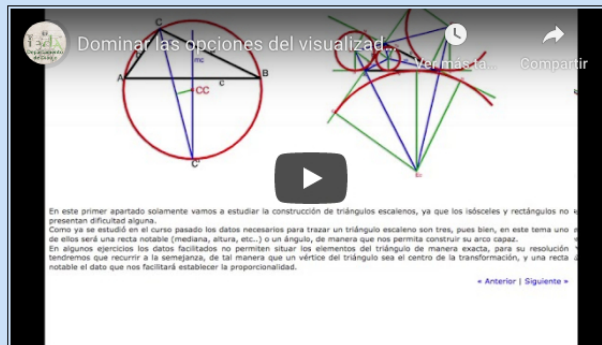


Introducción

Podemos considerar a la afinidad como una variante, o caso particular de la homología, ya que tiene con esta muchas similitudes, compartiendo algunos elementos esenciales. Lo que nos lleva a diferenciar su estudio es su principal divergencia que hay entre estas dos transformaciones proyectivas ya que la afinidad no podemos definir la posición del centro de proyección, es decir, es un punto impropio; por tanto, los rayos proyectantes o rectas proyectivas serán paralelas entre sí. En la imagen anterior de cabecera del tema te mostramos cómo queda determinada una afinidad entre dos triángulos, observa cómo por cada vértice pasa una recta paralela a la dirección de afinidad.

Importante

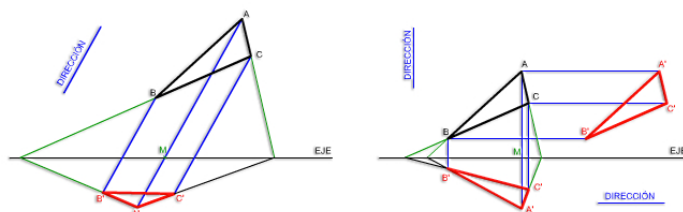
Para visualizar los vídeos explicativos de los distintos conceptos que verás en este tema y en los siguientes del temario, te sugerimos que uses el "play" y el "pause" del visualizador de vídeos así como la velocidad del mismo (podrás ponerlo a una velocidad más lenta para una comprensión más detallada del mismo). También puedes verlo -a través de la página de Youtube- a pantalla completa (pinchando en el enlace que viene debajo, en la descripción de cada uno) por si necesitas fijarte en ciertos detalles o trazados. Mira este vídeo donde se explica cómo acelerar un vídeo o ralentizarlo accediendo a la configuración del mismo:



Dominar las opciones del visualizador de videos  
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

Al final de muchos apartados también encontrarás ciertos **ejercicios resueltos** paso a paso mediante el **PDF por capas** que se muestra en la retroalimentación del ejercicio, por lo que se recomienda usar un visor o **lector PDF** que las lea correctamente, ya que no todos lo hacen. Por ejemplo, con **Adobe Reader**. Desde su **sitio web** se puede descargar e instalar.

1. Generalidades

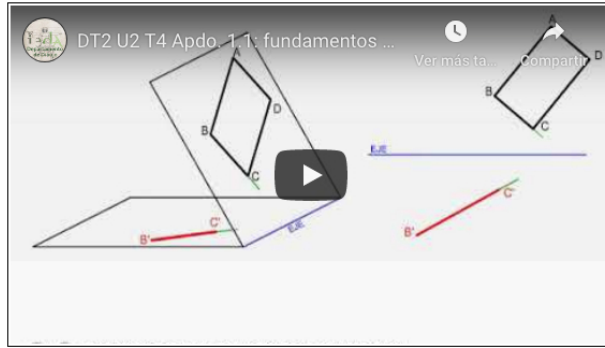


Los elementos y propiedades de la afinidad son los mismos que los que has estudiado en al homología salvo aquellos relacionados con su centro y vector dirección. Así pues, esta nueva transformación proyectiva tendrá eje, puntos afines (homólogos), puntos dobles, etc.. pero carecerá de centro y rectas límites.

## 1.1. Fundamentos

### Importante

Los elementos de la afinidad son los mismos que los de la homología, exceptuando el centro, que no tiene al ser los rayos o rectas proyectantes paralelas entre sí. La dirección de afinidad es el ángulo formado por los rayos proyectantes con el eje.



DT2 U2 T4 Apdo. 1.1: fundamentos de la afinidad  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

### Importante

La característica principal de una afinidad es la relación de distancias a la recta de puntos dobles de los pares de puntos afines ( $k$ ), siendo este su parámetro o razón de afinidad.

#### CARACTERÍSTICAS.

- **Valor de la constante  $K$ .** Dependiendo de su valor (negativo o positivo) las figuras afines estarán situadas en cada uno de los semiplanos determinados por el eje de afinidad o en el mismo. En la siguiente animación puedes ver de manera detallada cómo queda representada una figura afín según sea el sentido del parámetro  $k$ .



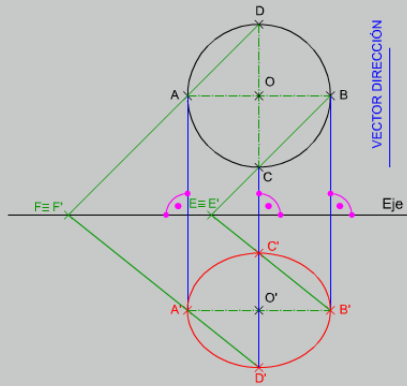
DT2 U2 T4 Apdo. 1.1: valor de la constante  $k$  de afinidad  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **Posición del vector dirección respecto del eje de afinidad.** La posición de las figuras afines también dependerá de cómo esté dispuesto el vector de dirección respecto del eje de afinidad. En la animación inferior te mostramos de forma detallada cómo queda representada una figura afín según un vector oblicuo y otro paralelo. Para determinar los vértices aplicaremos un parámetro  $k$  dado.



## Para saber más

### Ortoafinidad.



Cuando el ángulo el vector dirección forma un ángulo recto ( $90^\circ$ ) con el eje de afinidad esta se denomina ortoafinidad.

En la figura de la izquierda puedes ver la transformación de una circunferencia mediante ortoafinidad, observa cómo un eje de la curva cónica es paralelo al eje de afinidad.

La ortoafinidad es un recurso muy empleado en los sistemas de proyección (perspectiva caballera y diédrico) pues permite resolver de manera sencilla trazados complejos.

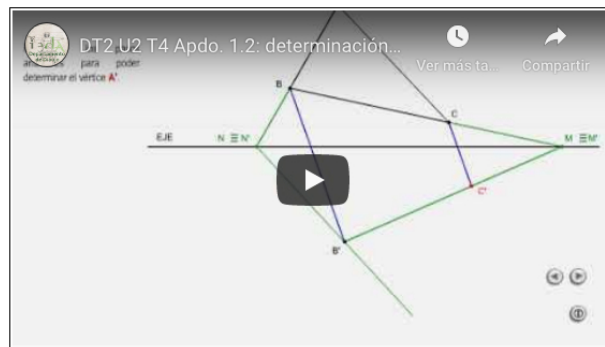
Este tipo de transformaciones se tratarán en otros apartados de este tema.

## 1.2. Determinación



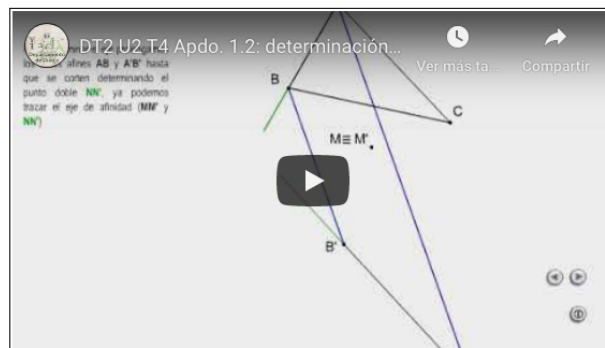
Una afinidad queda determinada si conocemos al menos tres datos: el eje y dos puntos afines; un punto del eje y un par de rectas afines; dos triángulos afines.

- El eje y dos puntos afines (la recta que los une determina la dirección de afinidad). En la siguiente animación puedes ver el procedimiento seguido para determinar la afinidad.



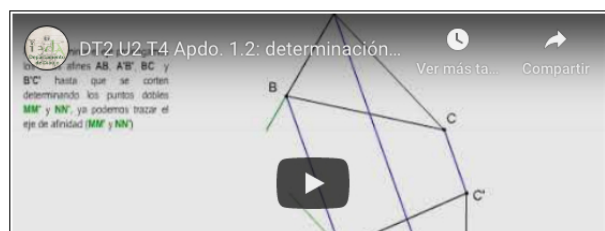
DT2 U2 T4 Apdo. 1.2: determinación de una afinidad conocidos eje y dos puntos afines  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- Un punto del eje y un par de rectas afines. En la animación inferior te mostramos cómo se ha determinado la afinidad.



DT2 U2 T4 Apdo. 1.2: determinación de una afinidad conocidos un punto del eje y dos rectas afines  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- Dos triángulos afines. En la siguiente animación puedes ver el procedimiento seguido para determinar la afinidad.



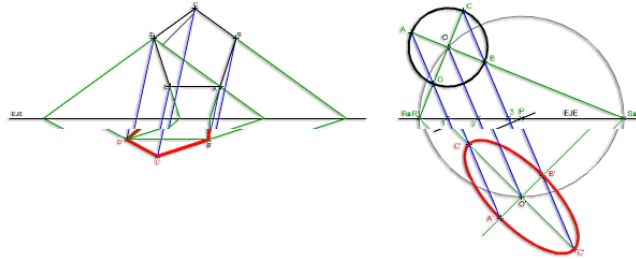


DT2 U2 T4 Apdo. 1.2: determinación de una afinidad conocidos dos triángulos afines  
 Vídeo de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)  
 DT2 U2 T4 Apdo. 1.2: determinación de una afinidad conocidos dos triángulos afines  
 Vídeo de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## Para saber más

También se puede determinar una afinidad si conocemos el eje, la dirección y la razón de afinidad (k)

## 2. Trazado



El estudio de las propiedades y de elementos de la homología así como su determinación nos permitirá transformar cualquier figura geométrica. En este apartado solamente vamos a aprender a dibujar las figuras afines básicas: triángulos, cuadriláteros, polígonos y circunferencia. En la imagen superior puedes ver cómo se hemos transformado un pentágono regular y una circunferencia.

### 2.1. Triángulos y Cuadriláteros

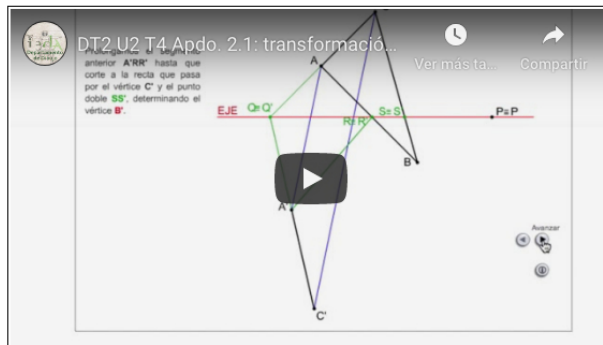


## Importante

Para seguir avanzado en el conocimiento de la afinidad en algunos ejercicios las figuras originales están cortadas por el eje de afinidad, por tanto, es necesario que repases los conceptos y procedimientos basados en los puntos dobles.

#### Transformación afín de un triángulo.

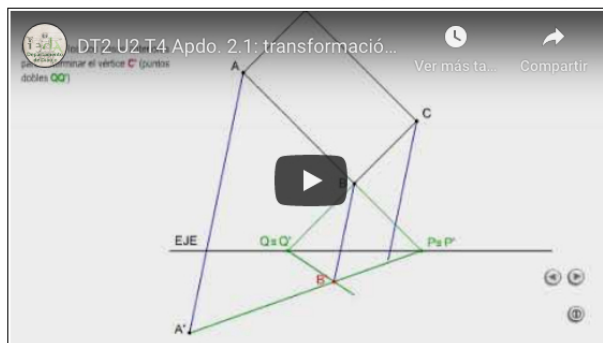
En la siguiente animación te mostramos cómo trazar un triángulo afín A'B'C' al dado ABC según una afinidad determinada por un punto doble y dos lados afines, el eje de afinidad corta a la figura original.



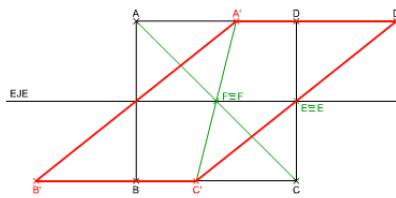
DT2 U2 T4 Apdo. 2.1: transformación afín de un triángulo  
 Vídeo de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

#### Transformación afín de un cuadrilátero.

En este caso el cuadrilátero es un paralelogramo rectángulo lo que facilita mucho la resolución de este ejercicio, ya que los lados afines serán también paralelos entre sí. En la animación inferior puedes ver cómo se transforma el paralelogramo ABCD según una afinidad determinada por un par de puntos afines y el eje de afinidad.



### Ejercicio resuelto



En la imagen de la izquierda puedes ver cómo se ha trazado un cuadrilátero afín a un cuadrado dado ABCD, según una afinidad determinada por dicho paralelogramo, el eje y un punto afín  $D'$ , te pedimos que: Dibujes el cuadrilátero afín  $A'B'C'D'$ .

Material necesario:

- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este [documento pdf](#).

**Mostrar retroalimentación**

## 2.2. Polígonos

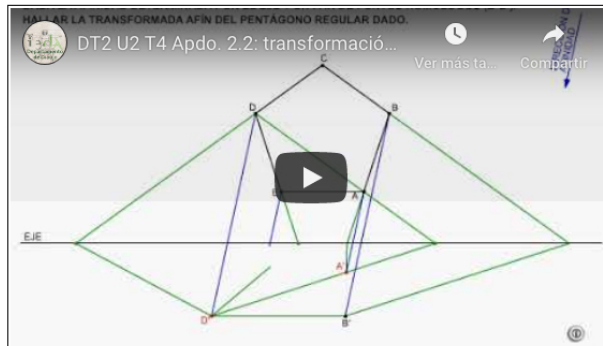


### Importante

Como ocurría en la homología, la complejidad del trazado de polígonos regulares o irregulares afines será proporcional al número de lados, no obstante, esto se puede simplificar empleando todas las diagonales que sean precisas.

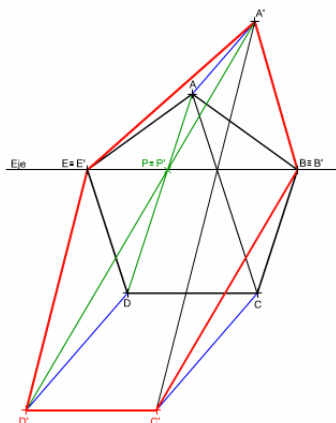
#### Transformación afín de un Pentágono regular.

En la siguiente animación te mostramos cómo trazar un pentágono irregular homólogo  $A'B'C'D'E'$  al dado ABCDE. En este caso el polígono no es cortado por el eje, pero este es paralelo a uno de sus lados.



DT2 U2 T4 Apdo. 2.1: transformación afín de un pentágono  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

### Ejercicio resuelto



En la imagen de la izquierda tienes una AFINIDAD determinada por PENTÁGONO REGULAR ABCDE, un punto afín  $A'$  y dos pares de puntos dobles  $BB'$  y  $EE'$ , te pedimos que:

1. Traces el eje de la homología afín.
2. Representes la figura afín del pentágono ABCDE.

Material necesario:

- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este [documento pdf](#).

**Mostrar retroalimentación**

## 2.3. Circunferencia



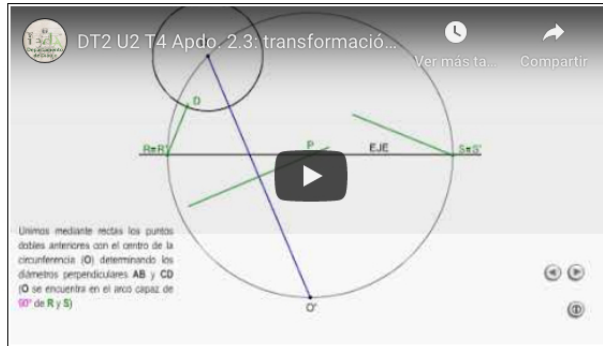
## Importante

La transformación afín de una CIRCUNFERENCIA siempre será una ELIPSE.

Cuando transformábamos una circunferencia mediante homología el procedimiento además de complejo requería datos determinados (rectas límites). Para realizar esta transformación mediante afinidad lo haremos mediante un método más simple y con menos datos, de hecho podemos elaborarlo con solamente un dato, el eje. En el siguiente apartado recordaremos cómo trazábamos elipses mediante afinidad, esto es, la transformación de una circunferencia en una elipse.

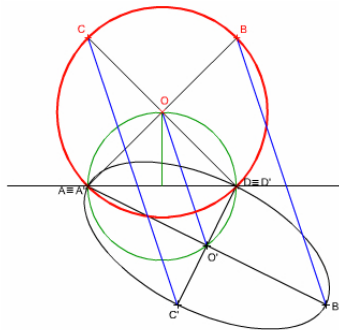
### Transformación afín de una circunferencia.

En la animación inferior puedes ver cómo se ha transformado una circunferencia en una elipse mediante una afinidad definida por un par de puntos afines y el eje de afinidad.



DT2 U2 T4 Apdo. 2.3: transformación afín de una circunferencia  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

### Ejercicio resuelto



En la imagen de la izquierda tienes una AFINIDAD determinada por la ELIPSE afín conocidos sus ejes  $A'B'$ ,  $C'D'$ , y los puntos dobles  $AA'$  y  $DD'$  te pedimos que:

1. Traces el eje de afinidad.
2. Determines los diámetros  $AB$  y  $CD$  afines de los ejes de la elipse.
3. Dibujes la circunferencia de centro  $O$  afín a la elipse dada.

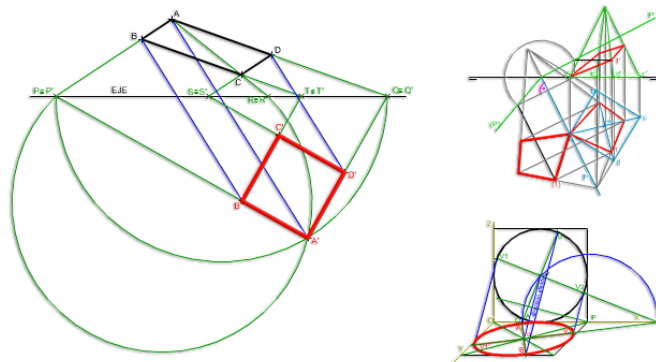
Material necesario:

- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este [documento pdf](#).

**Mostrar retroalimentación**

## 3. Aplicaciones



En el tema 1 de esta Unidad Didáctica construíamos una elipse mediante afinidad, y lo hacíamos sin conocer esta transformación proyectiva, lo que nos indica que su aplicación no conlleva dificultad alguna. Mediante afinidad podemos transformar determinadas figuras en otras específicas (como ya hicimos con la homología) y simplificar algunos procedimientos complejos necesarios en métodos usados en sistemas de proyección.

En la imagen superior te mostramos algunos ejemplos de aplicaciones de la afinidad, que desarrollaremos en este apartado.

### 3.1. Transformaciones



Aplicando afinidad podemos transformar una figura dada en otra específica, para ello ambas deben de cumplir una serie de condiciones. En este apartado vamos a estudiar cómo transformar una circunferencia en una elipse y un romboide en un cuadrado y en un rectángulo.

Entre los elementos de las figuras afines siempre existirá una característica común:

- En el caso de la circunferencia y la elipse ambas deben compartir al menos un diámetro y un eje.
- En el caso del romboide y el cuadrado, o el rectángulo, ambos son paralelogramos.

#### Curvas cónicas, Determinación de los puntos de una Elipse mediante afinidad.

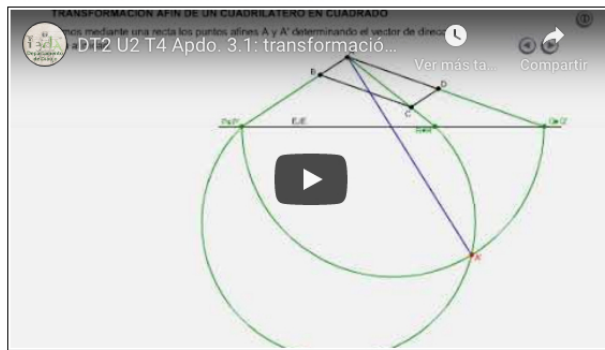
En este caso los diámetros de la circunferencia coinciden con los ejes dados de la elipse.



Trazar una elipse conocidos sus ejes, método de proyección de puntos, afinidad  
Video de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

#### Transformación afín de un cuadrilátero en cuadrado.

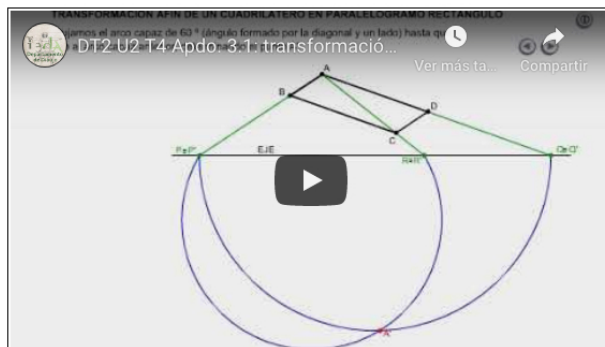
Tenemos que determinar la dirección de afinidad, para ello tenemos que considerar el ángulo que forman las diagonales del cuadrado.



DT2 U2 T4 Apdo. 3.1: transformación afín de un cuadrilátero en cuadrado  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

#### Transformación afín de un cuadrilátero en paralelogramo rectángulo.

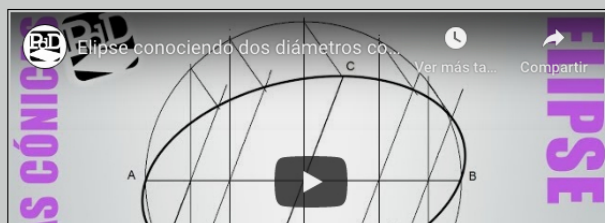
En este caso para determinar la dirección de afinidad es necesario conocer el ángulo que forman una diagonal con un lado del paralelogramo rectángulo, también se puede resolver si conocemos el ángulo que forman las diagonales entre sí.

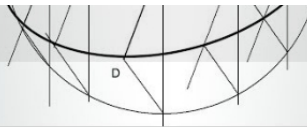


DT2 U2 T4 Apdo. 3.1: transformación afín de un cuadrilátero en rectángulo  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

### Para saber más

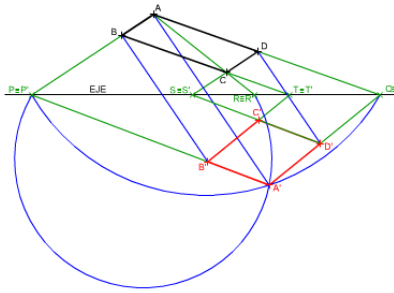
También se puede realizar la transformación afín de una circunferencia en elipse a partir de los diámetros conjugados, en este caso determinamos una serie de puntos de la curva cónica, pero no los ejes, por lo que el trazado es más complejo; para simplificarlo podemos aplicar el procedimiento estudiado en el apartado 3.1 del tema 1 de esta unidad didáctica. En la animación inferior puedes ver cómo se determinan mediante afinidad los puntos de una elipse dados sus diámetro conjugados.





Elipse conociendo dos diámetros conjugados  
Video de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

**Ejercicio resuelto**



En la imagen de la izquierda te mostramos cómo se ha transformado un cuadrilátero ABCD en un paralelogramo rectángulo A'B'C'D'.  
Te pedimos que realices dicha transformación.  
Material necesario:

- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este [documento pdf](#).

**Mostrar retroalimentación**

**3.2. Sistema de representación**



La principal aplicación de la afinidad en los sistemas de proyección es la de determinar la proyección de una circunferencia, básicamente consiste en el abatimiento y desabatimiento de una circunferencia; lógicamente podemos emplear esta transformación proyectiva para abatir cualquier figura geométrica.

**Importante**

Si se trata de un abatimiento la dirección de afinidad debe ser perpendicular a la traza del plano que se abate, luego se trata de una ORTOAFINIDAD.

**Isométrico, perspectiva de un cuadrado.**

En este caso la dirección de afinidad es perpendicular a la traza del plano abatido (XOY).



DT2 U2 T4 Apdo. 3.2: cuadrado en perspectiva isométrica  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

**Caballera, perspectiva de una circunferencia.**

No se trata de un abatimiento, es una transformación afín de una circunferencia dado los dos centros y el eje de afinidad (eje axonométrico X).



DT2 U2 T4 Apdo. 3.2: circunferencia en perspectiva caballera  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

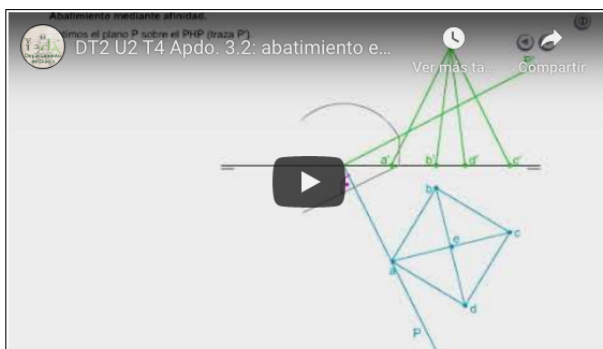
**Sistema Diédrico, abatimiento.**



En la imagen de la inferior te mostramos cómo se ha realizado el abatimiento de la sección plana de una pirámide regular.

Aunque estos conceptos y procedimientos los desarrollaremos en temas sucesivos hemos pensado que es conveniente que lo conozcas para que puedas analizar el método empleado según las nociones aprendidas en este tema.

Descarga este [documento pdf](#) donde puedes ver los pasos seguidos de manera detallada

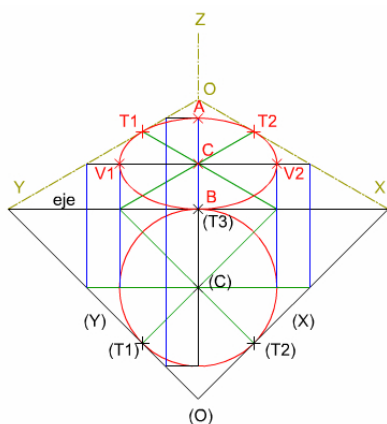


DT2 U2 T4 Apdo. 3.2: abatimiento en diédrico mediante afinidad  
Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## Para saber más

Las secciones planas de prismas y cilindros son figuras afines en el espacio y en sus proyecciones sobre un plano.

## Ejercicio resuelto



En la imagen de la izquierda te mostramos cómo se ha determinado la proyección isométrica de una circunferencia tangente a los ejes isométricos X e Y, dado el abatimiento de la circunferencia y de los ejes.  
Te pedimos que dibujes dicha proyección aplicando ortofinidad.

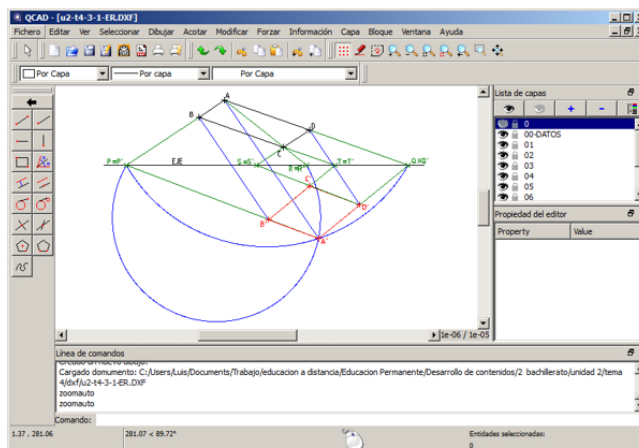
Material necesario:

- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este [documento pdf](#).

**Mostrar retroalimentación**

## 4. Qcad. Practica lo aprendido



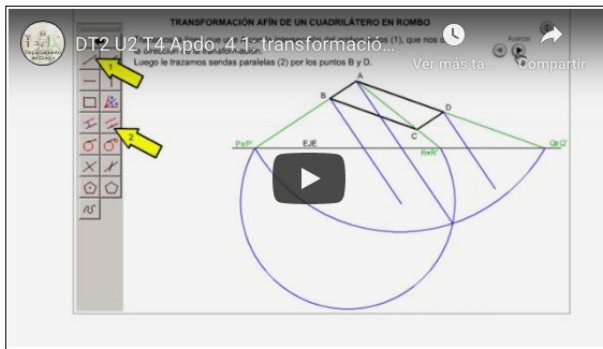
Vamos a ver nuevamente en este apartado cómo llevar a cabo los trazados estudiados en el tema usando la aplicación de diseño asistido.

### 4.1 Transformación afín de un cuadrilátero en un rombo



En este apartado estudiaremos el trazado que seguiríamos para realizar la transformación de un cuadrilátero en un rombo.

En la siguiente animación puedes seguir dichos pasos. Debes tener en cuenta que algunas de las líneas que verás representadas aparecen ya editadas (recortadas, alargadas, cambiado su color...). Ello está hecho así para que la explicación quede más estética. pero si tú realizas el trazado verás que algunas líneas no te aparecen exactamente iguales: deberías editarlas igualmente.



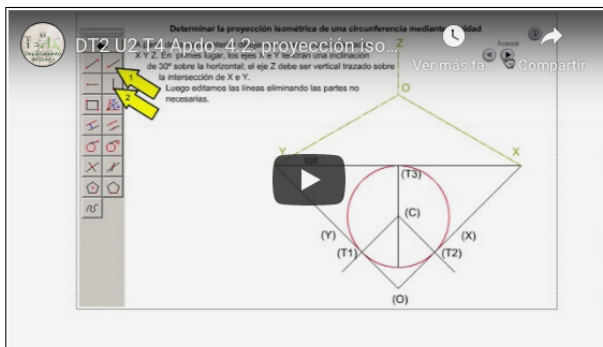
DT2 U2 T4 Apdo. 4.1: transformación afín cuadrilátero en Qcad  
 Vídeo de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## 4.2. Proyección isométrica de una circunferencia



En la animación que sigue puedes ver los pasos de trazado seguidos para determinar la proyección isométrica de una circunferencia mediante afinidad.

Como en el ejercicio anterior debes tener en cuenta que algunas de las líneas que verás representadas aparecen ya editadas (recortadas, alargadas, cambiado su color...) para que la explicación quede más estética, pero si tú realizas el trazado verás que algunas líneas no te aparecen exactamente iguales: deberías editarlas igualmente.

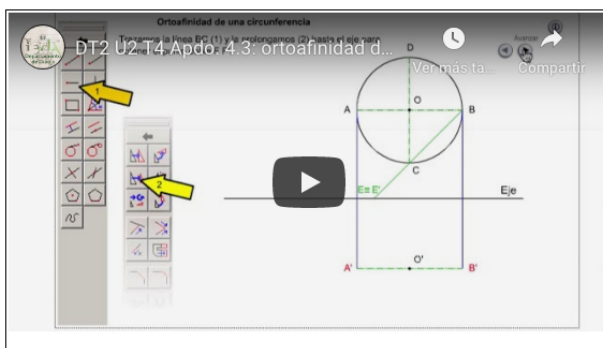


DT2 U2 T4 Apdo. 4.2: proyección isométrica de una circunferencia en Qcad  
 Vídeo de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## 4.3. Ortoafinidad de una circunferencia



Veamos finalmente cómo resolver mediante el programa de diseño asistido la ortofinidad de una circunferencia.



DT2 U2 T4 Apdo. 4.3: ortofinidad de una circunferencia en Qcad  
 Vídeo de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## Imprimible



Puedes [descargar este tema en PDF](#) (pdf - 11889.83 KB) para guardar o imprimir. Ten en cuenta que en papel impreso no podrás ver los vídeos y animaciones de trazados y ejercicios, fundamentales para adquirir las destrezas necesarias en este tema, como en la mayoría de temas de esta asignatura, marcadamente procedimental.

## Resumen



En estos enlaces a un PDF tienes resumido, de forma muy ilustrativa, el concepto de afinidad que has estudiado en este tema:

- Definición y generalidades.
- Circunferencia afín.
- Transformación afín de un cuadrado a rectángulo.
- Transformación afín de un rectángulo a cuadrado.

## Aviso Legal



## Aviso Legal

---

El presente texto (en adelante, el "Aviso Legal") regula el acceso y el uso de los contenidos desde los que se enlaza. La utilización de estos contenidos atribuye la condición de usuario del mismo (en adelante, el "Usuario") e implica la aceptación plena y sin reservas de todas y cada una de las disposiciones incluidas en este Aviso Legal publicado en el momento de acceso al sitio web. Tal y como se explica más adelante, la autoría de estos materiales corresponde a un trabajo de la **Comunidad Autónoma Andaluza, Consejería de Educación y Deporte (en adelante Consejería de Educación y Deporte)**.

Con el fin de mejorar las prestaciones de los contenidos ofrecidos, la Consejería de Educación y Deporte se reserva el derecho, en cualquier momento, de forma unilateral y sin previa notificación al usuario, a modificar, ampliar o suspender temporalmente la presentación, configuración, especificaciones técnicas y servicios del sitio web que da soporte a los contenidos educativos objeto del presente Aviso Legal. En consecuencia, se recomienda al Usuario que lea atentamente el presente Aviso Legal en el momento que acceda al referido sitio web, ya que dicho Aviso puede ser modificado en cualquier momento, de conformidad con lo expuesto anteriormente.

**Régimen de Propiedad Intelectual e Industrial sobre los contenidos del sitio web.**