



2º de Bachillerato

Dibujo Técnico II

Contenidos

Curvas y transformaciones proyectivas: Homología



Imagen en Wikimedia Commons, Licencia CC

Introducción



En Dibujo Técnico I, en los temas 1 " proporcionalidad, semejanza y escalas", y 2 "transformaciones geométricas", de la Unidad didáctica 2 Geometría métrica aplicada, aprendimos las nociones sobre dichas transformaciones geométricas, que nos permitieron transformar figuras de manera que estas conservaban el paralelismo y los ángulos.

En este tema vamos a desarrollar los conceptos y procedimientos de otro tipo de transformación geométrica: la geometría proyectiva, basada en la proyectividad, concepto ya estudiado, que está basada en la proyección y la sección.

La figuras transformadas mediante la geometría proyectiva conservarán las características proyectivas como la alineación de puntos, la pertenencia de puntos a líneas, la concurrencia de rectas o de planos, etc.. Esta correspondencia se establece entre elementos de la misma especie: a un punto le corresponde un punto, y a una recta le corresponde una recta.

Los elementos fundamentales de las figuras geométricas pueden ser transformados sobre el plano conservando su forma, sus proporciones o ninguna de las dos características.

En la imagen anterior en la cabecera del tema (archivo de Wikimedia Commons, un depósito de contenido libre hospedado por la Fundación Wikimedia) puedes ver un grabado de Alberto Durero en el que se muestra un método para obtener la representación del cuerpo humano en perspectiva, dicho procedimiento está basado en la proyectividad.

Importante

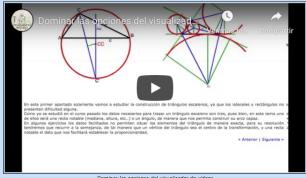


Este concepto de proyectividad, que ya hemos estudiado, es la base de los diversos sistemas de representación que se emplean, como procedimientos científico-técnicos, para representar los objetos tridimensionales sobre el plano del papel.

Importante



Para visualizar los vídeos explicativos de los distintos conceptos que verás en este tema y en los siguientes del temario, te sugerimos que uses el "play" y el "pause" del visualizador de videos así como la velocidad del mismo (podrás ponerlo a una velocidad más lenta para una comprensión más detallada del mismo). También puedes verlo -a través de la página de Youtube- a pantalla completa (pinchando en el enlace que viene debajo, en la descripción de cada uno) por si necesitas fijarte en ciertos detalles o trazados. Mira este vídeo donde se exolica cómo acelerar un vídeo o ralentizarlo accediendo a la conflouración del mismo:



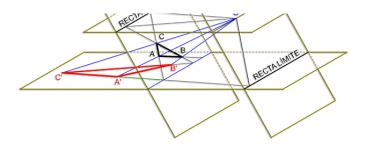
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

Al final de muchos apartados también encontrarás ciertos **ejercicios resueltos** paso a paso mediante el **PDF por capas** que se muestra en la retroalimentación del ejercicio, por lo que se recomienda usar un visor o **lector PDF** que las lea correctamente, ya que no todos lo hacen. Por ejemplo, con **Adobe Reader**. Desde su **sitio web** se puede descargar e instaļar.

1. Generalidades







Las transformaciones proyectivas pueden ser de dos tipos:

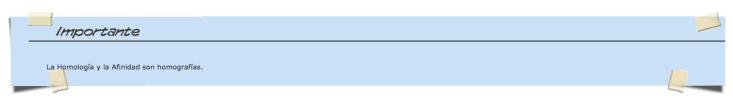
Homografías: la correspondencia entre dos formas geométricas se establece entre sus elementos de la misma especie, esto es, a un punto le corresponde un punto, a una recta le corresponde una recta, etc..). Correlación: la correspondencia se establece entre elementos de distinta especie, a un punto le corresponde una recta, a una recta le corresponde un plano, etc..

Las relaciones geométricas que se establecen entre dos planos por medio de una provección o radiación desde un punto exterior pueden ser desde un punto exterior propio (homología) o impropio, en el infinito. (afinidad)

Esta radiación es de rectas y planos cuando ambos elementos geométricos pasan por el mismo punto.

En este tema estudiaremos la primera relación, esto es, cuando conocemos la posición del punto exterior (propio).

En la imagen superior te mostramos cómo se establecen las relaciones geométricas entre un triángulos ABC y su transformado A'B'C', observa cómo los vértices están alineados punto a punto, estableciéndose entre ambas figuras una radiación de rectas y planos, realizándose las dos operaciones proyectivas básicas: proyectar y seccionar.



1.1. Fundamentos

Dos puntos homólogos (A y A') están alineados con un punto fijo (O) llamado centro de homología.

Recordemos que dos formas son proyectivas si una puede obtenerse de la otra mediante secciones y proyecciones.

La homología plana es una transformación homográfica generada por la proyección de un punto, siendo las dos figura homólogas secciones de dicha radiación. Dos figuras homólogas se correspondan punto a punto y recta a recta respetando las siguientes leyes:

2. Dos rectas homólogas se cortan en una recta llamada eje de homología

En la siguiente animación te mostramos de manera detallada los fundamentos de la homología.



DT2 U2 T3 Apdo. 1.1: fundamentos de la homología Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en Youtubo

Coeficiente de homología.

EJE

Р

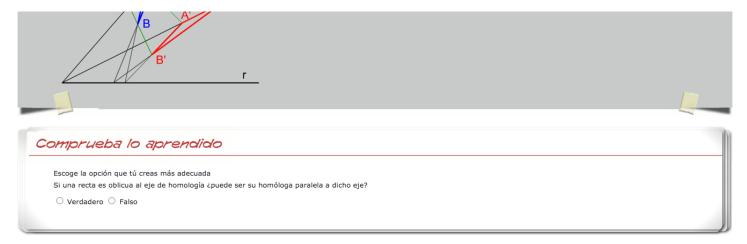
En toda transformación se establece un coeficiente (k) o razón entre los elementos transformados.

En la homología este coeficiente es la razón doble que se establece entre un par de puntos homólogos (AA'), el centro de homología (O) y el punto intersección (P) de la recta que une dichos puntos (AA') con el eje.

$$k = \left(OPA\,A^{\,\prime}\right) = \frac{\left(CA\,A^{\,\prime}\right)}{\left(PA\,A^{\,\prime}\right)} = \frac{\left(CA\,/C\,A^{\,\prime}\right)}{\left(PA\,/P\,A^{\,\prime}\right)}$$

En la imagen de la izquierda puedes ver cómo se establece este coeficiente.

Para saber más Teorema de Desarques En el plano proyectivo, dos triángulos son perspectivos desde un punto si y sólo si son perspectivos desde una recta. Dados los triángulos homólogos ABC y A'B'C' sus lados AD, BE y CF concurren en un mismo punto O. Así mismo, los pares de lados (AB, DE), (BC, EF) y (AC, DF) se cortan respectivamente sobre una misma recta r.

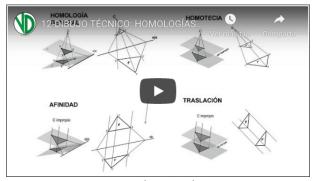


1.2. Elementos



Los elementos que intervienen en una homología y que son necesarios para establecer dicha transformación son: centro, eje, rectas límites, figura origen, rayos proyectantes o rectas proyectivas, trazas y figura transformada.

En el siguiente video te mostramos cómo surge la homología y sus diferencias con la afinidad y la homotecia.



12-DIBUJO TÉCNICO: HOMOLOGÍAS 1
Video de Valerio Domenech aloiado en Youtube

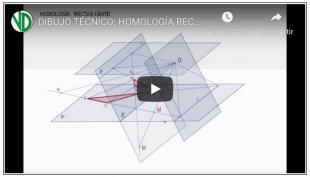
En el siguiente video te mostramos los elementos de la homología de forma más detallada.



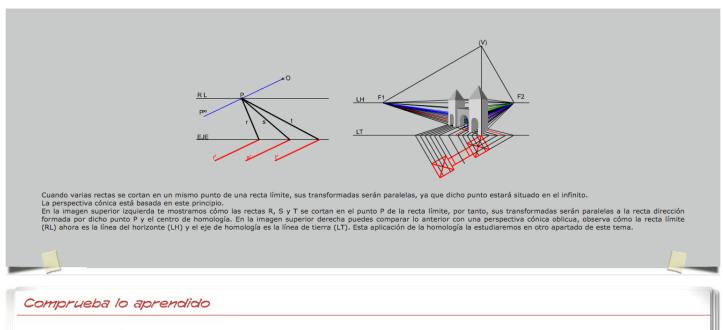
Homología_Elementos y características Video de AG Dibujo y mates alojado en Youtube

Determinar la recta límite.

En una homología determinar una de sus rectas límites puede ser de gran ayuda para poder resolver determinados problemas. En el video inferior te mostramos el procedimiento a seguir.



DIBUJO TÉCNICO: HOMOLOGÍA RECTAS LÍMITE Video de Valerio Domenech alojado en Youtub



Los puntos dobles están situados en:

- O El eje de homología

1.3. Determinación

a Abei

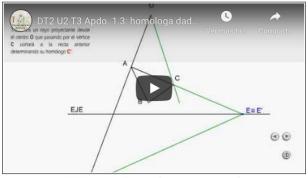
Para que una homología quede determinada es preciso conocer, además de una de las figuras, los siguientes elementos:

e El eje, el centro y el punto homólogo cualquiera de la figura dada.

Partimos de un triángulo dado ABC y un punto homólogo A', para obtener el triángulo transformado se trazan rectas desde el centro de homología O por cada uno de los vértices del triángulo (A..B..C) y se prolonga el lado ABe hasta que corten al eje de simetría en un punto. Al unir dicho punto con el homólogo de A (A') mediante una recta ésta cortará a la trazada por O y B en un punto B' que será homólogo de B.

La figura se completa prolongando otro lado (BC o AC) hasta que corte al eje de simetría y aplicando lo anterior.

Para obtener la transformada se debe aplicar el método empleado en la siguiente animación



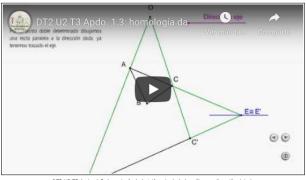
e Dos puntos homólogos de la figura dada y la dirección del eje.

Para determinar el centro y el eje de homología es necesario recordar la definición de homología: "Dos puntos homólogos (A y A') están alineados con un punto fijo (O) llamado centro de homología, y: "dos rectas homólogas se cortan en una recta llamada eje de homología".

Aplicando lo anterior uniendo los puntos A y B con sus homólogos A' y B' mediante rectas, éstas se cortarán determinando el centro de homología O.

Para determinar el eje de homología se prolongan las rectas homólogos AB y A'B' hasta que se corten en un punto (P) que pertenecerá a dicho eje, sólo queda trazar por dicho punto (P) una paralela a la dirección dada.

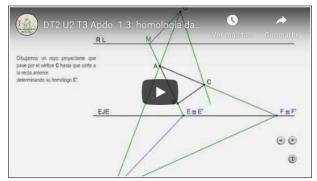
dirección dada. Una vez determinados todos los elementos se aplica cualquiera de los métodos explicados anteriormente. En la animación inferior puedes ver el procedimiento.



DT2 U2 T3 Apdo. 1.3: homología dado triángulo, lado homólogo y dirección del eje Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

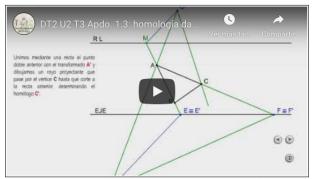
El eje, el centro y la recta límite de la figura dada.

En este caso se debe aplicar de forma inversa el procedimiento seguido para la obtención de rectas límites.
En la animación inferior puedes ver cómo se ha trazado el transformado de un triángulo ABC a partir de una recta límite su eje y centro de homología.



DT2 U2 T3 Apdo. 1.3: homología dado el eje, el centro, la recta límite y el triángulo Video de Valerio Domenech alojado en Youtube

El eje, la recta límite y un punto homólogo cualquiera de la figura dada.
 Este ejercicio se resuelve de la misma forma que el anterior, sólo hay que determinar el centro de homología.
 En la siguiente animación puedes ver cómo se determina el centro de homología y transformada.



DT2 U2 T3 Apdo. 1.3: homología dado el eje, la recta límite, un punto homólogo de figura dada Video de Departamento de DIBUJO IEDAalojado en Youtube

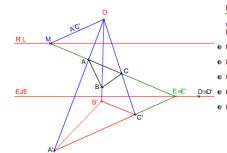
Comprueba lo aprendido

Lee el párrafo de abajo y rellene las palabras que faltan

Un punto y su homólogo deben de estar alineados con el de homología.

Enviar





En la figura de la izquierda puedes ver cómo se ha determinado el triángulo homólogo A'B'C' al dado ABC. Te pedimos que realices dicho ejercicio, determinando el centro y el eje de homología, así como la recta límite, con los siguientes datos: dos pares de puntos homólogos (AA' y CC') y un punto doble (DD').

Para resolverlo debes repasar los métodos explicados en las animaciones anteriores.

- Material necesario:
- Lápiz blando y duro.
- D≡D' Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
 - Hojas para realizar trazados de prueba.

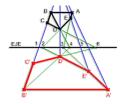
Para realizar este ejercicio debes descargar este documento pdf.

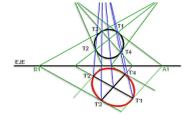
Mostrar retroalimentación

2. Trazado









El estudio de las propiedades y de elementos de la homología así como su determinación nos va a permitir transformar cualquier figura geométrica. En este apartado solamente vamos a aprender a dibujar las figuras homólogas básicas: triángulos, cuadriláteros, polígonos y circunferencia. En la imagen superior puedes ver cómo se hemos transformado un pentágono regular y una circunferencia.



2.1. Triángulos y Cuadriláteros

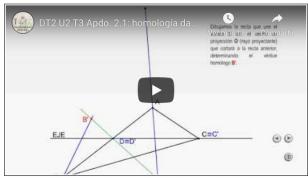




Para seguir avanzado en el conocimiento de la homología en los siguientes ejercicios las figuras originales están cortadas por el eje de homología, por tanto, es necesario que repases los conceptos y procedimientos basados en los puntos dobles.

Triángulos.

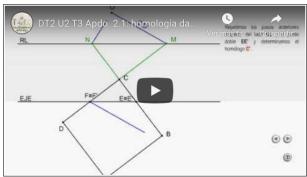
En la siguiente animación te mostramos cómo trazar un triángulo homólogo A'B'C' al dado ABC según una homología determinada por un eje que corta a dicho triángulo pasando por uno de sus vértices.



DT2 U2 T3 Apdo. 2.1: homología dado el centro, el eje, el triángulo ABC y un punto homólogo Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

Cuadriláteros.

En la animación inferior puedes ver cómo el eje de homología corta al cuadrado dado ABCD en dos puntos dobles EE' y FF'.

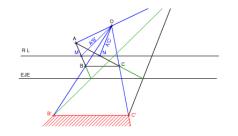


DT2 U2 T3 Apdo. 2.1: homología dado el centro, la recta límite y dos pares de puntos dobles Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en Youtube

Ejercicio resuelto



En la figura de la izquierda puedes ver cómo se ha determinado el triángulo homólogo A'B'C' al dado ABC. Te pedimos que realices dicho ejercicio con los siguientes datos: centro y eje de homología, y la recta límite Para resolverlo debes repasar los métodos explicados en las animaciones anteriores. Material necesario:



- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- · Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este documento pdf.

Mostrar retroalimentación

2.2. Polígonos

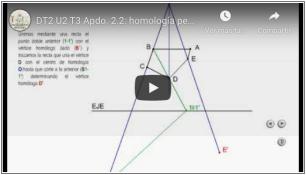




La complejidad del trazado de polígonos regulares o irregulares homólogos será proporcional al número de lados, no obstante, esto se puede simplificar empleando todas las diagonales que sean precisas.

Pentágono.

En la siguiente animación te mostramos cómo trazar un pentágono irregular homólogo A'B'C' D'E' al dado ABCDE. En este caso el polígono no es cortado por el eje, pero este es paralelo a uno de sus lados.

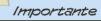


DT2 U2 T3 Apdo. 2.2: homología de un pentágono dado el centro, la recta límite y dos pares de puntos homólogos Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en Youtube



2.3. Circunferencia







Transformación de una circunferencia en una Elipse.

En la animación inferior puedes ver cómo se ha transformado una circunferencia en una elipse. La rectas tangentes nos determinan diámetros conjugados de dicha curva cónica, por tanto, debemos aplicar los conceptos y procedimientos estudiados en el tema 1 de esta Unidad Didáctica, para poder determinar sus ejes.



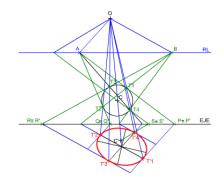
DT2 U2 T3 Apdo. 2.1: homología de una circunferencia Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en Youtube

Para saber más

La transformación homológica de una circunferencia dependerá de su situación respecto de la recta límite:

- € Circunferencia exterior a la recta límite: su transformada es una Elipse.
- Circunferencia secante a la recta límite: su transformada es una Hipérbola, siendo los puntos intersección puntos de las asíntotas.
- Circunferencia tangente a la recta límite: su transformada es una Parábola, el eje de dicha cónica será paralelo a la dirección del segmento formado por el centro de homología y el punto de tangencia.

Ejercicio resuelto



En la figura de la izquierda tienes una homología determinada por el centro O, el eje y un par de puntos homólogos (C-C'). Te pedimos que dibujes la transformada de la circunferencia dada. Para resolverlo debes repasar el método explicado en la animación anterior.

Material necesario:

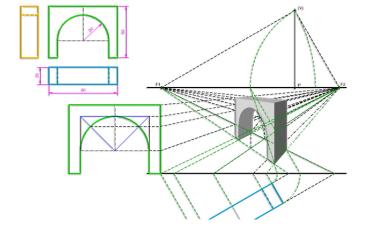
- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este documento pdf.

Mostrar retroalimentación

3. Aplicaciones







La homología, como toda transformación, nos permite resolver problemas gráficos que en su disposición original resultan difíciles de abordar, así pues, mediante la homología podemos:

- Obtener una figura determinada de otra dada (transformación)
- Representar los objetos tridimensionales sobre el plano del papel (perspectiva cónica).

En la imagen superior te mostramos una de estas aplicaciones, quizás la más importante, la perspectiva cónica.

3.1. Transformaciones



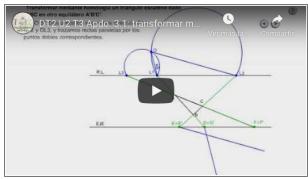


Para transformar una figura dada en otra determinada mediante homología, es necesario que esta esté determinada solamente por la figura origen y una recta límite. El problema consiste en determinar el centro de homología de manera que este satisfaga unas condiciones prestablecidas.



Transformar un triángulo escaleno dado ABC en otro equilátero.

El centro de homología debe estar en la intersección de dos arcos capaz de ángulo 60°. En la animación inferior te mostramos el procedimiento que debes seguir para dibujar dicho triángulo homólogo.



DT2 U2 T3 Apdo. 3.1: transformar mediante homología un triángulo escaleno en equilátero Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en Youtube

Transformar un cuadrilátero dado ABCD en un paralelogramo cuadrado.

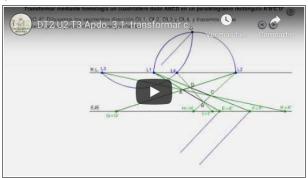


Dibujo técnico: Homología que transforma un cuadrilátero en un cuadrado ambos conocidos. Video de Jose Manuel Peláez Cano alojado en Youtube

Transformar un cuadrilátero dado ABCD en un paralelogramo rectángulo.

Para transformar un cuadrilátero en un paralelogramo, dos pares de lados del primero (figura origen) deben converger en un punto de la recta límite, así se consigue que sus homólogos sean paralelos (condición La disposición del centro de homología dependerá del tipo de paralelogramo que se quiera obtener.

En la siguiente animación puedes ver cómo se ha trazado un paralelogramo rectángulo A'B'C'D' homólogo a un cuadrilátero dado ABCD, el centro de homología se ha determinado según los siguientes parámetros: la perpendicularidad de sus lados y el ángulo que forman las diagonales.



DT2 U2 T3 Apdo. 3.1: transformar cuadrilátero en paralelogramo por homología Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube



Mediante homología podemos transformar cualquier figura, en el siguiente vídeo puedes ver cómo se dibuja un texto homólogo a otro dado.



En la figura de la izquierda te mostramos cómo se ha convertido el cuadrilátero dado ABCD en un rombo mediante homología (ángulo B9 = Dº = 45º). Te pedimos que dibujes dicha transformación. Para resolverio debes repasar los métodos explicados en las animaciones anteriores. Material necesario: Lápiz blando y duro. Compás. Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón). Hojas para realizar trazados de prueba. Para realizar este ejercicio debes descargar este documento pdf. Mostrar retroalimentación

3.2. Sistema diédrico, secciones





Mediante homología podemos simplificar el trazado y determinación de secciones planas en superficies poliédricas y radiadas.

Sección plana de una pirámide regular.

En la siguiente animación te mostramos cómo se resuelve de forma rápida y sencilla la sección producida por un plano oblicuo sobre una pirámide regular de base cuadrangular. Previamente se debe determinar un primer vértice de dicha sección conteniendo una de las aristas laterales de la pirámide en un plano auxiliar, proyectante vertical en el ejemplo.

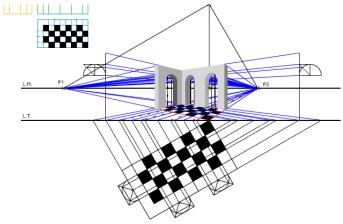


DT2 U2 T3 Apdo. 3.2: sección de una pirámide en diédrico resuelta por afinidad Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

3.3. Perpsectiva Cónica







Como mencionamos anteriormente, la perspectiva cónica es la principal aplicación de la homología, estableciéndose la siguiente correspondencia entre sus elementos:

HOMOLOGÍA	PERSPECTIVA CÓNICA
Recta Límte	Línea del horizonte
Eje	Línea de Tierra
Centro	Punto de Vista
Origen	Perspectiva
Transformada	Figura abatida

La correspondencia entre sus elemento es tal que a veces los puntos de fugas, situados en la línea del horizonte, se denominan puntos límites.

Para que puedas relacionar dicho elementos en la siguiente animación te mostramos cómo se dibuja la perspectiva cónica oblicua de un cuadrilátero. Observa detenidamente el trazado y la correspondencia entre los siguientes elementos: (V), LH, LT, F1, F2.

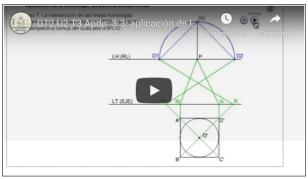


DT2 U2 T3 Apdo. 3.3: aplicación de la homología en cónica Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

Perspectiva cónica frontal.

En el apartado 2.3 te mostramos cómo se transformaba una circunferencia en una elipse, ahora vas a ver, en la animación inferior, el mismo trazado mediante perspectiva cónica.

Para ello hemos inscrito dicha circunferencia en un cuadrado cuyos lados son paralelos y perpendiculares a la LT (perspectiva frontal), realizando la perspectiva de dicho paralelogramo podemos obtener la curva cónica.



DT2 U2 T3 Apdo. 3.3: aplicación de la homología en cónica frontal Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

Perspectiva cónica oblicua.

Este caso es similar al anterior, salvo la disposición del cuadrado cuyos lados son oblicuos al eje (perspectiva oblicua).

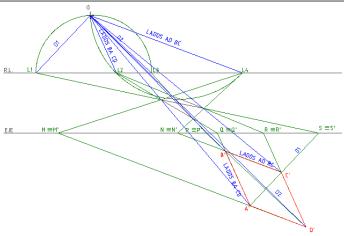


DT2 U2 T3 Apdo. 3.3: aplicación de la homología en cónica oblicua



4. Qcad. Practica lo aprendido.



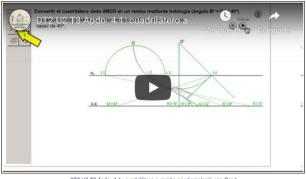


En este apartado practicarás el trazado con Qcad resolviendo para ello dos nuevos ejercicios con la aplicación de diseño asistido.

4.1. Conversión de cuadrilátero en rombo



En la siguiente animación puedes seguir los pasos para resolver la conversión de un cuadrilátero en un rombo por homología, usando la aplicación de diseño asistido para el trazado.

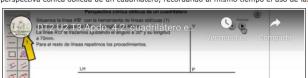


DT2 U2 T3 Apdo. 4.1: cuadrilátero a rombo por homología con Qcad Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

4.2. Perspectiva cónica oblicua de un cuadrilátero



En el siguiente ejemplo de trazado podrás ver cómo realizar la perspectiva cónica oblicua de un cuadrilátero, recordando al mismo tiempo el uso de las coordenadas relativas en Qcad.





DT2 U2 T3 Apdo. 4.2: cuadrilátero en cónica con Qcad Video de Departamento de DIBUJO IEDA alojado en Youtube

Imprimible



Puedes descargar este tema en PDF (pdf - 11889.83 KB). para guardar o imprimir. Ten en cuenta que en papel impreso no podrás ver los vídeos y animaciones de trazados y ejercicios, fundamentales para adquirir las destrezas necesarias en este tema, como en la mayoría de temas de esta asignatura, marcadamente procedimental.

Resumen



Curiosidad



Cuando a un objeto se le aplica una fuente luminosa éste genera una sombra, entre el objeto y su sombra existe una relación biunívoca, de manera que a cada punto del objeto le corresponde otro en su sombra y viceversa. Así pues se ha establecido una relación de transformación.

En el siguiente vídeo puedes ver una infografía en la que se muestra cómo se realizaba proyectaba una proyección del teatro óptico de Emile Reynaud, basada en la geometría proyectiva.



En estos enlaces a un PDF tienes resumido, de forma muy ilustrativa, el concepto de homología que has estudiado en este tema:

Resumen en PDF sobre la homología.

En esta aplicación puedes ver de forma interactiva cómo funciona la homología (requiere tener activado Flash en tu navegador).

Aviso Legal





Contenidos y recursos educativos de Andalucía



Secundaria →

Bachillerato -

Idiomas -

FP Inicial -

Enseñanzas Deportivas -

Planes educativos-

Otros recursos -

Aviso Legal

El presente texto (en adelante, el "Aviso Legal") regula el acceso y el uso de los contenidos desde los que se enlaza. La utilización de estos contenidos atribuye la condición de usuario del mismo (en adelante, el "Usuario") e implica la aceptación plena y sin reservas de todas y cada una de las disposiciones incluidas en este Aviso Legal publicado en el momento de acceso al sitio web. Tal y como se explica más adelante, la autoría de estos materiales corresponde a un trabajo de la Comunidad Autónoma Andaluza, Consejería de Educación y Deporte (en adelante Consejería de Educación y Deporte).

Con el fin de mejorar las prestaciones de los contenidos ofrecidos, la Consejería de Educación y Deporte se reserva el derecho, en cualquier momento, de forma unilateral y sin previa notificación al usuario, a modificar, ampliar o suspender temporalmente la presentación, configuración, especificaciones técnicas y servicios del sitio web que da soporte a los contenidos educativos objeto del presente Aviso Legal. En consecuencia, se recomienda al Usuario que lea atentamente el presente Aviso Legal en el momento que acceda al referido sitio web, ya que dicho Aviso puede ser modificado en cualquier momento, de conformidad con lo expuesto anteriormente.

Régimen de Propiedad Intelectual e Industrial sobre los contenidos del sitio web.